Arabic Sciences and Philosophy, 33 (2023) : 25-54 doi:10.1017/S095742392200008X

IBN AL-HAYṮAM, SUR LE MIROIR ARDENT PARABOLIQUE

ROSHDI RASHED
Laboratoire SPHERE, CNRS – univ. Paris-Diderot
Email : rashed@paris7.jussieu.fr

Résumé. Cet article comporte l'*editio princeps* du traité d'Ibn al-Hayṯam « Sur le miroir ardent parabolique », *Fī al-marāyā al-muḥriqa bi-al-quṭūᶜ*, ainsi que sa première traduction en français. Nous examinons la place qu'il occupe dans l'histoire du miroir parabolique durant plus d'un millénaire et demi, aussi bien en grec qu'en arabe et en latin.

Abstract. This article includes the *editio princeps* of Ibn al-Hayṯam's treatise "On the Parabolic Burning Mirror," *Fī al-marāyā al-muḥriqa bi-al-quṭūᶜ*, as well as its first translation into French. We examine its place in the history of the parabolic mirror for more than a millennium and a half, in Greek as well as in Arabic and Latin.

1. INTRODUCTION

Depuis le deuxième siècle avant notre ère au moins, les mathématiciens grecs n'ont cessé d'étudier les miroirs ardents comme instruments de guerre et moyens d'éliminer les temples, et notamment les miroirs sphériques et les miroirs paraboliques [1]. Ce domaine de recherche se présentait alors comme un domaine des mathématiques appliquées, au sens ancien, et ne se confondait pas avec celui de la catoptrique, lequel était cultivé par les prédécesseurs d'Euclide et par Euclide lui-même et ses successeurs. Ceux-ci étudiaient la réflexion des rayons « visuels » sur les miroirs, et traitaient des questions de la perception.

À partir du ɪxᵉ siècle, notamment avec le savant et philosophe al-Kindī (mort en 866 environ), on s'investit dans les deux domaines à la fois : la catoptrique et les miroirs ardents [2]. Ainsi al-Kindī a composé, en plus des livres sur l'optique et la catoptrique, un traité sur les miroirs ardents. Plus tard, à la fin du xᵉ siècle, le mathématicien Ibn Sahl élargit le domaine, en ajoutant à l'étude des miroirs celle des lentilles [3]. Son successeur Ibn al-Hayṯam (mort après 1040), après sa réforme de l'optique [4], étudie la réflexion sur les miroirs sans distinction. Alors qu'il consacre plusieurs recherches à la réflexion de la lumière et à la vision, il compose deux traités sur les miroirs ardents : sphérique et parabolique. C'est de son traité sur le miroir ardent parabolique que nous donnons la première édition critique ainsi que la première traduction en français, en plus du commentaire historique et mathématique.

Le traité d'Ibn al-Hayṯam sur les miroirs ardents paraboliques, rédigé avant les années quarante du onzième siècle, porte sur la lumière, sa propagation, sa réflexion sur ces miroirs, et ses propriétés énergétiques. Au début du traité, Ibn al-Hayṯam reprend une distinction qu'il avait établie à la base de sa réforme de l'optique, entre la lumière comme entité matérielle et les lignes géométriques suivant lesquelles elle se propage. Il poursuit, dans la première proposition, qui est à la base du traité, par une étude des propriétés géométriques et optiques de la parabole, avant d'aborder la façon de fabriquer les miroirs ardents paraboliques.

[1] *Les catoptriciens grecs*, vol. 1, « Les miroirs ardents », textes établis, trad. et commentés par Roshdi Rashed (Paris : Les Belles Lettres, 2000).

[2] R. Rashed, *Geometry and Dioptrics in Classical Islam* (Londres : Al-Furqān, 2005) ; id., *Œuvres philosophiques et scientifiques d'al-Kindī*, vol. 1 : « L'optique et la catoptrique » (Brill, 1997), p. 261-422.

[3] Voir *Geometry and Dioptrics*.

[4] R. Rashed, *Ibn al-Haytham : L'émergence de la modernité classique* (Hermann, 2021).

Ce traité d'Ibn al-Hayṯam sur le miroir ardent parabolique eut un retentissement considérable sur la recherche, que ce soit en optique ou en géométrie. Le successeur d'Ibn al-Hayṯam, Ibn Ṣāliḥ[5], qui l'a étudié, a tenté de répondre à une question implicitement posée par son auteur : comment gagner en embrasement avec ce miroir même si on perd en concentration des rayons ? Ce même traité, traduit en latin par Gérard de Crémone au xııᵉ siècle[6], a d'abord tenu le rôle d'un livre sur la géométrie des sections coniques. Voici ce que M. Clagett écrit à ce propos :

> *Before the twelfth century the knowledge of conic sections in the Latin West was non-existant. It is true that occasionally the terms ellipsis, hyperbola and parabola had been used in earlier Latin texts but without their mathematical meanings. The first traces of any knowledge of conic sections in the west came as the result of the Latin translation of the two works of Alhazen (Ibn al-Haytham). The first was the translation by Gerard of Cremona of Alhazen's Liber de speculis comburentibus, a work on mathematical theory and construction of parabolic mirrors*[7]*...*

2. COMMENTAIRE

Dans la première proposition, Ibn al-Hayṯam montre que la tangente à la parabole fait des angles égaux avec la parallèle à l'axe et le rayon vecteur mené par le point de contact. Voici comment il procède pour démontrer cette proposition dans tous les cas de figure.

On considère un point E sur l'axe d'une parabole ABC de sommet A tel que $AE = \frac{1}{4}L$, L est le côté droit, et une droite IB parallèle à l'axe AD de la parabole. Alors BI et BE forment avec la tangente au point B de la parabole des angles égaux.

Pour démontrer cette proposition, Ibn al-Hayṯam procède par analyse et synthèse ; il considère trois cas de figure selon la position du point G de l'ordonnée du point B par rapport au point E. Dans sa démonstration, il

[5] Voir R. Rashed, « Transmission et innovation : l'exemple du miroir parabolique », dans *4000 ans d'histoire des mathématiques : Les mathématiques dans la longue durée*, actes du 13ᵉ colloque inter-IREM d'histoire et d'épistémologie des mathématiques, IREM de Rennes, les 6-7-8 mai 2000 (IREM de Rennes, 2002), p. 57-77.

[6] Cette traduction latine a reçu une édition critique et une traduction allemande, par J. L. Heiberg et E. Wiedemann en 1909-1910, et a été récemment étudiée par M. Clagett (cf. *Archimedes in the Middle Ages*, vol. 4, « A Supplement on the Medieval Latin Traditions of Conic Sections (1150-1566) », partie I, « Texts and Analysis » [Philadelphia, 1980]). J. L. Heiberg et E. Wiedemann, « Ibn al-Haiṯams Schrift über parabolische Hohlspiegel », *Bibliotheca mathematica*, 3ᵉ série, vol. 10 (1909-1910), p. 201-237. Republié dans *Gesammelte Schriften zur arabisch-islamischen Wissenschaftsgeschichte* (Francfort-sur-le-Main, 1984).

[7] M. Clagett, *Archimedes in the Middle Ages*, p. 3.

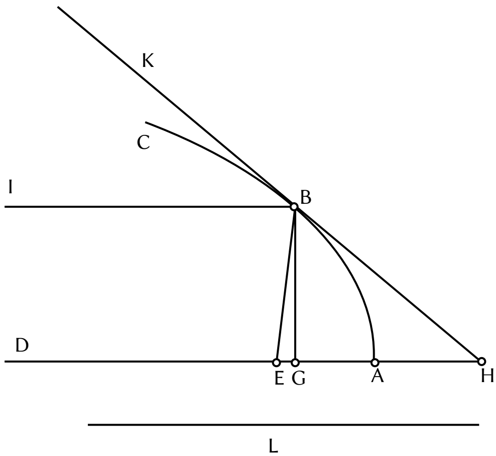

FIG. 1

utilise le *symptoma*, c'est-à-dire l'équation de la parabole, et la propriété caractéristique de la tangente : le sommet A de la parabole est le milieu de la sous-tangente. Il considère successivement les cas $\widehat{\mathrm{BEH}}$ aigu, droit et obtus.

1) $\widehat{\mathrm{BEH}}$ aigu.

Dans ce cas, le point G de l'ordonnée est entre E et A. Soit L le côté droit.

Analyse. Si $\widehat{\mathrm{KBI}} = \widehat{\mathrm{EBH}}$ et $\mathrm{EA} = \frac{1}{4}\mathrm{L}$, alors le triangle EBH est isocèle, car $\widehat{\mathrm{KBI}} = \widehat{\mathrm{BHE}}$; donc $\mathrm{EB} = \mathrm{EH}$. Mais $\mathrm{EB}^2 = \mathrm{EG}^2 + \mathrm{GB}^2 = \mathrm{EG}^2 + 4\mathrm{EA} \cdot \mathrm{AG}$, car $\mathrm{L} = 4\mathrm{EA}$; $\mathrm{EB}^2 = \mathrm{EH}^2$, donc $\mathrm{EH}^2 - \mathrm{EG}^2 = 4\mathrm{EA} \cdot \mathrm{AG}$, donc A est le milieu de GH – propriété de la sous-tangente (Apollonius, *Coniques*, I. 35).

Ainsi $\widehat{\mathrm{KBI}} = \widehat{\mathrm{EBH}}$ (et $\mathrm{EA} = \frac{1}{4}\mathrm{L}$) $\Rightarrow \mathrm{GA} = \mathrm{AH}$.

Synthèse. BG est l'ordonnée et BH la tangente, donc A est le milieu de HG et $4\mathrm{EA} \cdot \mathrm{EG} + \mathrm{EG}^2 = \mathrm{EH}^2$. Mais $4\mathrm{EA} = \mathrm{L}$, par conséquent $\widehat{\mathrm{EBH}} = \widehat{\mathrm{EHB}}$. Puisque $\mathrm{BI} \parallel \mathrm{HD}$, on a $\widehat{\mathrm{EHB}} = \widehat{\mathrm{KBI}}$, donc $\widehat{\mathrm{EBH}} = \widehat{\mathrm{KBI}}$.

Ainsi $\mathrm{GA} = \mathrm{AH}$ et $\mathrm{EA} = \frac{1}{4}\mathrm{L} \Rightarrow \widehat{\mathrm{EBH}} = \widehat{\mathrm{KBI}}$.

2) $\widehat{\mathrm{BEH}} = 1$ droit. Dans ce cas E et G sont confondus.

Analyse. On a $\mathrm{EA} = \frac{1}{4}\mathrm{L}$. Par hypothèse $\widehat{\mathrm{KBI}} = \widehat{\mathrm{EBH}}$; mais $\widehat{\mathrm{KBI}} = \widehat{\mathrm{EHB}}$, donc $\widehat{\mathrm{EBH}} = \widehat{\mathrm{EHB}}$ et $\mathrm{EH} = \mathrm{EB} = \mathrm{BG}$, $\mathrm{BG}^2 = 4\mathrm{EA} \cdot \mathrm{GA} = 4\mathrm{EA}^2 = \mathrm{EH}^2$; donc $\mathrm{EH} = \mathrm{GH} = 2\mathrm{EA} = 2\mathrm{GA}$, donc A est le milieu de GH, propriété de la sous-tangente.

Synthèse. A est le milieu de GH, $\mathrm{G} = \mathrm{E}$ et $\mathrm{AE} = \frac{1}{4}\mathrm{L}$, donc $\mathrm{EH} = \frac{1}{2}\mathrm{L}$, $\mathrm{EH}^2 = \frac{1}{4}\mathrm{L}^2$. Mais $\mathrm{EB}^2 = \mathrm{EA} \cdot \mathrm{L} = \frac{1}{4}\mathrm{L}^2$, donc $\mathrm{EB} = \mathrm{EH}$ et, par

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

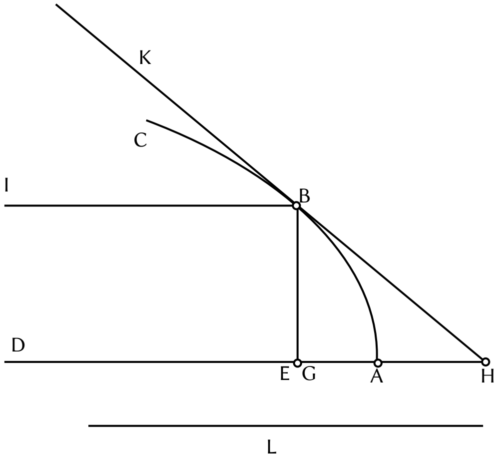

FIG. 2

conséquent, $\widehat{EBH} = \widehat{EHB}$. Or $\widehat{IBK} = \widehat{EHB}$ car IB $\parallel$ EH, donc $\widehat{IBK} = \widehat{EBH}$.

3) $\widehat{BEH}$ obtus (fig. 3).

Dans ce cas G est au-delà de E, $AG > AE$.

Analyse. Par hypothèse $\widehat{IBK} = \widehat{EBH}$. Or $\widehat{IBK} = \widehat{EHB}$, donc $EB = EH$, $EB^2 = EG^2 + BG^2 = EG^2 + 4EA \cdot AG$. Soit M tel que $AM = AE$. On a $GM^2 - GE^2 = 2GA \cdot EM = 4GA \cdot EA$, donc $GM^2 = EH^2$, d'où $GM = EH$ et, par conséquent, $GE = MH$. Or $EA = AM$, donc $GA = AH$, propriété de la sous-tangente.

Synthèse. BH est tangente, donc $GA = AH$. Posons $AE = AM$, on a alors $GE = MH$ et par conséquent $GM = EH$. Mais $GM^2 - GE^2 = 4GA \cdot EA$ et $EH^2 = GE^2 + 4GA \cdot EA = EB^2$, donc $GM = EH = EB$. On en déduit $\widehat{EBH} = \widehat{EHB}$. Mais $\widehat{EHB} = \widehat{IBK}$, d'où $\widehat{EBH} = \widehat{IBK}$.

Dans la seconde proposition, Ibn al-Hayṯam montre que, par la rotation d'une parabole autour de son axe, on engendre un paraboloïde de révolution, et que toute section de ce paraboloïde par un plan passant par l'axe est une parabole égale à la parabole initiale [8] (fig. 4).

Dans la troisième proposition, Ibn al-Hayṯam étend à l'espace la propriété étudiée dans la première proposition, pour une droite parallèle à l'axe de la parabole, en considérant la surface concave du paraboloïde et une droite parallèle à l'axe de ce paraboloïde (fig. 5).

Dans la quatrième proposition, Ibn al-Hayṯam étudie la réflexion des rayons solaires parallèles à l'axe du miroir parabolique. Il démontre que,

[8] Cette proposition a été empruntée par Ibn Ṣāliḥ dans l'assertion 22.

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

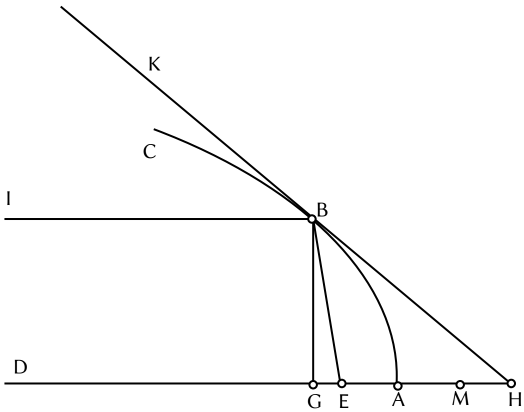

Fig. 3

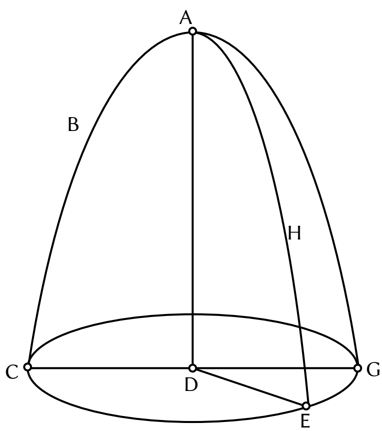

Fig. 4

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

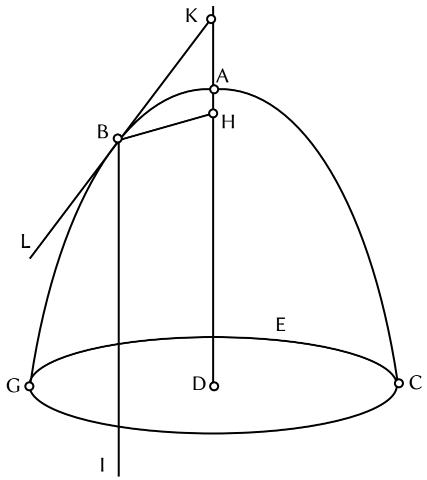

Fig. 5

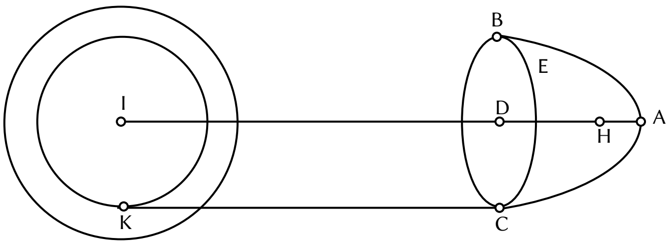

Fig. 6

pour toute surface réfléchissante à concavité paraboloïdale qui fait face au soleil, les rayons se réfléchissent tous en un point de son axe dont la distance au sommet de la surface est égale au quart du côté droit (fig. 6).

Dans la cinquième proposition, il explique comment construire sur des plaques d'acier les gabarits nécessaires à la fabrication des miroirs paraboliques voulus, afin d'embraser à une distance connue (fig. 7-11) :

a) Il rappelle que, dans un autre de ses livres, il avait indiqué comment trouver une parabole dont on a choisi un diamètre, quel que soit l'angle de l'ordonnée avec le diamètre et quel que soit le côté droit [9].

b) Il distingue ensuite deux types de plaques, plaque du sommet de la section et plaque du milieu de la section, et indique, pour chacun de ces deux types, comment fabriquer deux plaques métalliques dont l'une

[9] Il s'agit du traité intitulé *Fī ᶜamal al-quṭūᶜ*. Cf. R. Rashed, *Les mathématiques infinitésimales du* ɪxᵉ *au* xɪᵉ *siècle*, vol. 2, « Ibn al-Haytham » (Londres : Al-Furqān, 1993), p. 512.

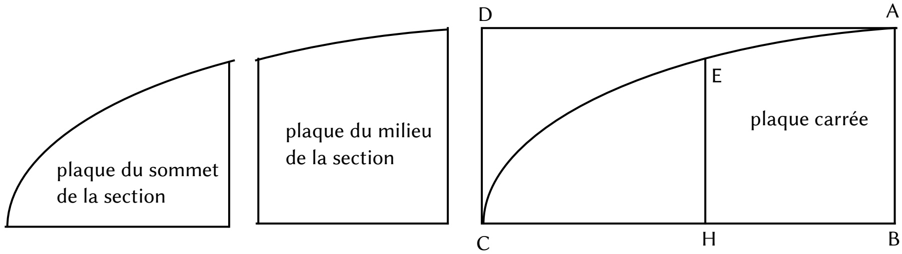

FIG. 7

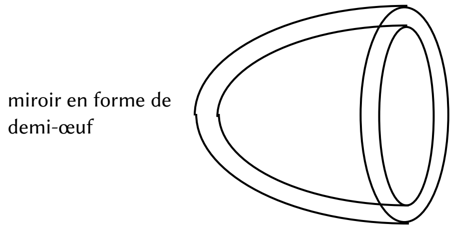

FIG. 8

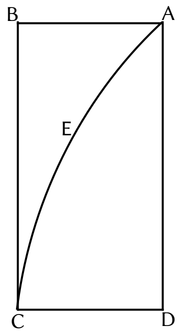

FIG. 9

servira à creuser et l'autre à polir (fig. 7).

c) Si l'on veut construire un miroir ovoïdal, on utilisera une plaque du premier type, le côté droit L de la parabole étant choisi à partir de la distance d choisie pour l'embrasement, $\mathrm{L} = 4d$ (fig. 8).

d) Si l'on veut construire un miroir parabolique en forme d'anneau, on fabrique la plaque du second type, en supposant connus la distance à laquelle on veut embraser et le côté droit de la parabole (fig. 10).

Pour conclure ce résumé, il va falloir situer brièvement ce traité d'Ibn al-Hayṯam sur les miroirs ardents paraboliques parmi les autres contributions, grecques et arabes, consacrées au même thème ; et de fait, Ibn

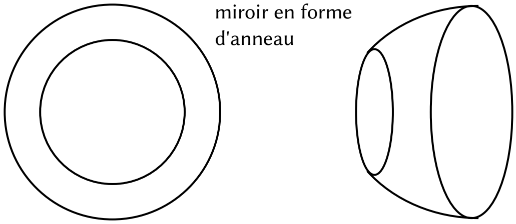

FIG. 10

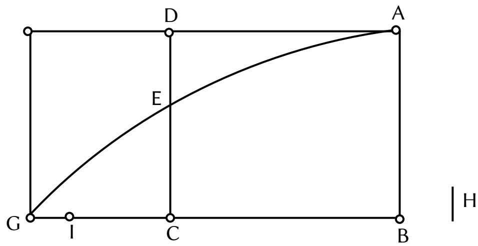

FIG. 11

al-Hayṯam n'évoque que deux noms, Archimède et Anthémius, sans s'arrêter à leurs contributions ni citer les titres de leurs écrits. Rappelons qu'aucun titre d'Archimède n'est connu sur ce thème, alors que l'écrit d'Anthémius a été traduit en arabe. En grec, ce sont les noms de Dioclès, Dtrūms, Didyme et, plus tard, Anthémius de Tralles, que l'on associe à cette étude. Tous leurs écrits, dont certains sont perdus en grec, sont conservés dans leur traduction arabe du IXe siècle. À cela s'ajoute le fragment de Bobbio, en grec [10]. La transmission des premiers écrits au IXe siècle a été suscitée par la nouvelle recherche engagée dans ce domaine par al-Kindī, son contemporain Qusṭā b. Lūqā et, plus tard, Abū al-Wafāʾ al-Būzǧānī, Ibn Sahl, Ibn al-Hayṯam et, à sa suite, Ibn Ṣāliḥ. Pour que la comparaison entre ces différentes contributions soit concise et claire, commençons par rappeler quelques propriétés de la parabole.

Nous procédons par deux comparaisons : l'une à partir de la propriété rayon-foyer, l'autre à partir de la propriété foyer-directrice.

Soit F le foyer, S le sommet, DK la directrice, T le pied de la tangente en un point quelconque M de la parabole sur l'axe, H la projection de M sur l'axe, D la projection de M sur DK et N le pied de la normale (fig. 12). Menons SP = 4 SF, le côté droit, et joignons FM et FZ. Menons la droite XM parallèlement à l'axe ; on a d'abord

[10] *Les catoptriciens grecs*, vol. 1, p. 264, n. 48.

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

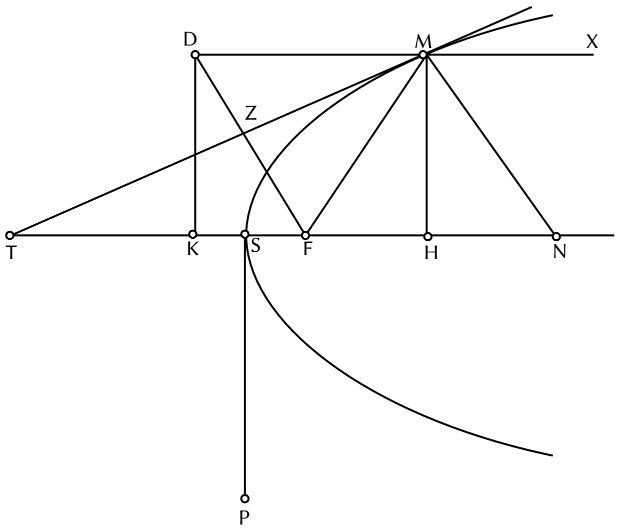

Fig. 12

1° S le milieu de la sous-tangente HT ;

2° La sous-normale HN est égale à la moitié du côté droit, donc $HN = \frac{1}{2}SP = 2SF$;

3° $FM = MD$.

Nous avons montré que Dioclès [11] utilise les propriétés 1° et 2° ; il part du foyer et établit les égalités d'angles. Il part ainsi d'un rayon incident parallèle à l'axe et montre que la droite joignant le point d'incidence au foyer est bien le rayon réfléchi, car la loi de la réflexion est vérifiée.

Cette étude manque à l'écrit d'Anthémius. Nous savons seulement qu'il utilise *implicitement* la propriété selon laquelle MT est la médiatrice de FD, qui n'est autre que la propriété foyer-directrice [12].

Le cas de Dtrūms [13] se distingue des deux précédents. Dtrūms utilise le *symptoma* de la parabole, et la propriété 1°. De plus, il part de l'égalité d'angles pour aboutir au foyer, contrairement à Dioclès.

Quant à l'auteur du fragment de Bobbio [14], il utilise lui aussi le *symptoma*, mais, contrairement à Dtrūms, il part du foyer et en déduit une égalité d'angles.

On voit bien que, tout au moins pour la propriété rayon-foyer, il y a autant de démarches que d'auteurs : rien ne permet donc de déceler les

[11] Cf. *Les catoptriciens grecs*, vol. 1, p. 40 sq.
[12] *Ibid.*, p. 273 sq.
[13] *Ibid.*, p. 162 sq.
[14] *Ibid.*, p. 265 sq.

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

traces d'une quelconque influence de l'un sur l'autre.

Venons-en maintenant aux successeurs arabes de ces mathématiciens. Nous avons montré qu'al-Kindī [15], dans son traité sur *Les rayons*, reprend la construction de la parabole opérée par Anthémius. Abū al-Wafā' al-Būzǧānī, au x^e siècle, dans son étude du miroir parabolique, a recours au *symptoma*, et prend dès le départ un segment égal au côté droit ; mais il construit par points la parabole [16]. Quant au contemporain d'al-Būzǧānī, Ibn Sahl [17], il se donne d'abord le foyer, joint le point d'incidence à ce dernier par une droite, et montre que celle-ci est la droite suivant laquelle se propage le rayon réfléchi, c'est-à-dire qu'elle détermine une égalité d'angles. La démonstration d'Ibn Sahl se fait à l'aide du *symptoma* de la parabole et de la propriété 1°. Ibn al-Hayṯam procède pratiquement de la même manière, et utilise au cours de sa démonstration par analyse et synthèse les deux propriétés auxquelles recourait Ibn Sahl. Tous deux distinguent trois cas dans leur démonstration, selon que l'angle MFS est aigu, droit ou obtus. Notons enfin que Ibn Sahl utilise les deux propriétés auxquelles recourait l'auteur du fragment de Bobbio. Mais la maîtrise géométrique d'Ibn Sahl est bien supérieure à celle de ce dernier, et rien n'indique d'autre part que ce fragment fût traduit en arabe.

Aussi brève soit-elle, la précédente comparaison permet de partager nos auteurs en trois grands groupes. Le premier, dont les membres n'examinent pas la propriété rayon-foyer, comprend Anthémius et al-Kindī. Le second se réduit à Dioclès : il n'y a que lui en effet qui utilise dans sa démonstration les deux propriétés 1° et 2°, et elles seules. Le troisième groupe comprend l'auteur du fragment de Bobbio, Dtrūms, Ibn Sahl et Ibn al-Hayṯam, dans la mesure où tous utilisent le *symptoma* de la parabole et la propriété 1°. Il reste que dans ce groupe on peut isoler deux sous-groupes, dont l'un comprend Dtrūms tout seul, alors que l'autre comprend l'auteur du fragment de Bobbio, Ibn Sahl et Ibn al-Hayṯam. En effet, alors que ces derniers partent du foyer pour établir une égalité d'angles, Dtrūms au contraire part de l'égalité d'angles pour aboutir au foyer. Or, dans le sous-groupe formé des trois savants, Ibn al-Hayṯam connaissait l'œuvre optique d'Ibn Sahl, et a même recopié de

[15] R. Rashed, *Œuvres philosophiques et scientifiques d'al-Kindī*, vol. 1, « L'optique et la catoptrique », p. 114-115 et 414-419.

[16] O. Neugebauer et R. Rashed, « Sur une construction du miroir parabolique par Abū al-Wafā' al-Būzjānī », *Arabic Sciences and Philosophy*, vol. 9, n° 2 (1999), p. 261-277. Le commentateur d'al-Būzǧānī, al-Ġundiǧānī, procède de la même manière.

[17] R. Rashed, *Géométrie et dioptrique au x^e siècle : Ibn Sahl, al-Qūhī et Ibn al-Haytham* (Paris : Les Belles Lettres, 1993), p. XIX-XXVI et 2-15.

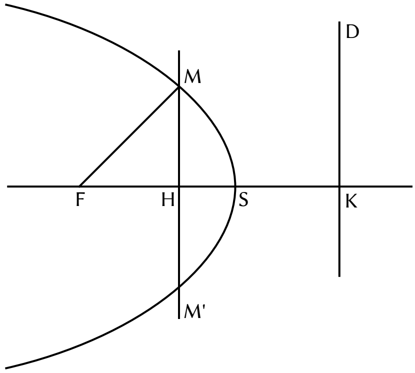

FIG. 13

sa propre main l'un des travaux de son prédécesseur [18]. Mais aucune indication ne suggère que les mathématiciens arabes avaient une connaissance, directe ou indirecte, du fragment de Bobbio. Pour confirmer cette conclusion, importante pour l'histoire d'Anthémius arabe, il nous faut affiner notre comparaison, en reprenant la confrontation des auteurs, à partir de la propriété foyer-directrice cette fois.

Rappelons que Dioclès part du foyer F et du sommet S, et construit la directrice KD. Sur une parallèle à cette directrice dans le demi-plan (DK, F) il construit deux points qui sont sur le cercle de centre F et dont le rayon est la distance des deux parallèles.

Il démontre ensuite que ces deux points appartiennent à la parabole de foyer F et de sommet S. Sa construction ne fait donc pas apparaître la tangente.

Anthémius en revanche part de la propriété catoptrique d'égalité des angles d'incidence et de réflexion sur un miroir plan. Il se donne un point F et un segment AB, avec FA = FB, et construit une droite DK parallèle à AB, telle que *A* et B soient équidistants de F et de cette droite. Sa construction fait *implicitement* appel à la propriété suivante : sur toute parallèle à l'axe d'une parabole de foyer F et de directrice DK, il existe un point M de cette parabole qui appartient à la médiatrice de FD, et cette médiatrice est la tangente en M à la parabole. Al-Kindī, nous l'avons montré, reprend la construction d'Anthémius.

Dtrūms, quant à lui, ne fait pas appel à cette propriété foyer-directrice, mais construit par points la parabole à l'aide de deux règles,

[18] En effet Ibn al-Hayṯam a copié le traité d'Ibn Sahl, *Preuve que la sphère céleste n'est pas d'une transparence extrême*, et le reprend dans son mémoire sur le *Discours de la lumière*. Voir R. Rashed, *Géométrie et dioptrique au x^e^ siècle*, p. CXLI-CXLII.

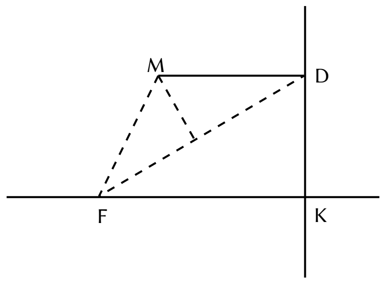

FIG. 14

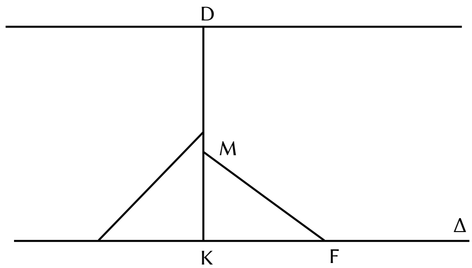

FIG. 15

à partir d'une propriété sur les rapports établie par lui auparavant. Si cette propriété sur les rapports est bien une propriété caractéristique, le fait est que Dtrūms lui-même ne l'a pas exposée, puisqu'il a négligé d'en démontrer la réciproque.

Les autres textes considérés ici cessent d'être comparables dans cette perspective, celle de la propriété foyer-directrice ; soit en raison de son absence – comme dans le fragment de Bobbio – soit que l'on opère la construction de la parabole par un procédé différent de ceux de Dioclès et de Dtrūms : c'est le cas d'Ibn Sahl et d'Ibn al-Hayṯam. Ibn Sahl, pour sa part, procède par tracé continu. Il se sert dans sa construction du foyer et d'une droite parallèle à la directrice. La propriété foyer-directrice, $MF = MD$, donne immédiatement $MK + MF = \ell$, K étant la projection de M sur Δ et ℓ la distance des deux droites parallèles. Ibn Sahl utilise alors un fil de longueur ℓ, dont une extrémité est fixée au foyer F et l'autre au sommet K d'une équerre, qui glisse sur Δ. Un stylet placé en M décrit un arc de parabole (fig. 15).

La comparaison qui vient d'être établie semble donc confirmer les résultats de la première confrontation des textes. On peut donc sans trop de risques conclure :

– L'étude de Dioclès semble n'avoir eu aucune influence directe

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

sur les travaux d'Anthémius, de l'auteur du fragment de Bobbio et de Dtrūms. Traduit en arabe, ce texte de Dioclès n'a pas davantage influencé les travaux d'Ibn Sahl et d'Ibn al-Hayṯam ;

– L'étude par Anthémius du miroir parabolique, en revanche, a été reprise par al-Kindī. Elle circulait encore au xᵉ siècle, comme l'attestent Ibn ᶜĪsā et ᶜUṭārid, sans cependant avoir d'impact sur les travaux ultérieurs, comme ceux d'Ibn Sahl et d'Ibn al-Hayṯam. En effet, même si ces derniers avaient lu le texte d'Anthémius, leur recherche était trop avancée pour qu'ils puissent en tirer un vrai profit ;

– Il n'y a aucun lien direct entre le fragment de Bobbio et le traité d'Anthémius. Il n'y a non plus aucune trace du fragment de Bobbio en arabe, autant que nous le sachions ;

– Il est possible que le texte de Dtrūms ait été connu d'Ibn Sahl, mais dans ce cas, il n'aurait eu guère d'effet sur sa recherche – rapport en tous points comparable à celui qui lie la compilation de Dioclès, et celle d'un auteur tardif, Ibn Sāliḥ [19]. Il reste que la recherche en arabe sur les miroirs ardents s'est rapidement développée en extension et en compréhension, pour aboutir à une transformation de l'ensemble du domaine, avec Ibn Sahl d'abord, et Ibn al-Hayṯam ensuite ;

– Enfin, cette étude de l'histoire du miroir parabolique confirme celle du miroir sphérique concave chez Dioclès, Dtrūms, l'auteur du fragment de Bobbio, al-Kindī et Ibn al-Hayṯam, que nous avons présentée ailleurs [20].

Je viens d'esquisser l'histoire du miroir parabolique pendant un millénaire et demi : l'histoire des textes aussi bien que celle des concepts. Mais cette histoire ne s'arrête pas là. La recherche en ce domaine est restée bien vivante encore, pour un demi-millénaire au moins. À la suite d'Ibn al-Hayṯam, le mathématicien Ibn Ṣāliḥ et les mathématiciens de la Renaissance s'en font l'écho : Maurolico, Della Porta,… D'autres s'y intéressent, comme le fameux Kircher. Kepler et Descartes en discutent en vue de la recherche anaclastique. Le Père Taquet, plus tard, s'en occupe lors de l'étude des section coniques. Newton, enfin, en personne, puis Buffon, lui portent un intérêt renouvelé : on souligne bien plus qu'auparavant le phénomène physique et l'effet cinétique de la focalisation. Newton a reproduit au cours de plusieurs réunions de la Royal Society une expérience, à l'aide d'un miroir ardent composé de sept miroirs concaves articulés, dont le diamètre est d'un pied. Tout se passe

[19] Voir notre étude, à paraître : *Les miroirs ardents d'Ibn Sāliḥ*.

[20] R. Rashed, *Œuvres philosophiques et scientifiques d'al-Kindī*, vol. 1, « L'optique et la catoptrique », p. 117-124.

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

comme si le souvenir de l'architecte de Sainte-Sophie – Anthémius – ne voulait pas s'effacer. Si ce n'est qu'au lieu d'un système catoptrique de sept miroirs plans, on passe aux miroirs concaves.

Voici donc un thème de recherche qui a traversé pas moins de deux millénaires, productif en géométrie, en optique et en technique. Ce thème a également fourni aux mathématiciens un domaine d'exercice, où ils se sont familiarisés avec les valeurs expérimentales, comme il a offert aux historiens quelques instruments de réflexion sur les problèmes soulevés par les mathématiques appliquées.

3. HISTOIRE DU TEXTE

Le titre du traité d'Ibn al-Hayṯam, « Sur le miroir ardent parabolique », *Fī al-marāyā al-muḥriqa bi-al-quṭūᶜ*, figure dans les listes des deux anciens bio-bibliographes, l'auteur du manuscrit de Lahore et Ibn Abī Uṣaybiᶜa[21]. Le troisième bio-bibliographe ancien, al-Qifṭī[22], cite un titre qui peut aussi bien désigner ce traité que l'autre traité, « Sur les miroirs ardents par les cercles ».

De ce texte, il existe cinq manuscrits :

1) Bibliothèque de l'Université d'Aligarh, Inde. Il s'agit d'une collection dont la majorité des textes sont dus à Ibn al-Hayṯam. Nous avons édité plusieurs de ces écrits[23]. Il s'agit du manuscrit 678, de la collection ᶜAbd al-Ḥayy de cette bibliothèque. Ce manuscrit a été copié en 721H, c'est-à-dire en 1321-1322, en écriture *nastaᶜlīq*. Malheureusement les feuilles sont en désordre et l'encre est devenue si pâle que la lecture est difficile. Dans les folios 41ʳ et 41ᵛ, 44ʳ, 47ʳ et 48ᵛ, on peut, laborieusement, lire des paragraphes entiers du traité d'Ibn al-Hayṯam. Ces paragraphes, s'ils permettent de conjecturer que ce manuscrit et celui de Londres (voir plus loin) remontent à un ancêtre commun, ne peuvent cependant être pris en considération lors de l'édition critique. On y recourt seulement pour vérifier certaines lectures. On note ce manuscrit ا, A.

2) Hyderabad, Musée de Salar Jung, nᵒ 2196, ابن الهيثم : في المرايا المحرقة بالقطوع, f. 5ᵛ-11ᵛ. L'écriture de ce manuscrit est aussi *nastaᶜlīq*, les figures sont tracées avec soin. On le notera ح, H.

[21] Cf. R. Rashed, *Les mathématiques infinitésimales*, vol. 2, p. 526.

[22] Ǧamāl al-Dīn Abī al-Ḥasan ᶜAlī b. Yūsuf al-Qifṭī, *Taʾrīḫ al-ḥukamāʾ*, éd. Julius Lippert (Leipzig : Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung, 1903), p. 168. « Corrigenda et addenda » de H. Suter à cette édition, parus dans *Bibliotheca mathematica*, 3ᵉ série, vol. 4 (1903).

[23] Cf. par exemple R. Rashed, *Les mathématiques infinitésimales*, vol. 2, p. 22-23.

3) Londres, India Office, Loth 734, n° 1270. Cette collection comprend différents écrits d'Ibn al-Hayṯam, que nous avons déjà établis dans les différents volumes des *Mathématiques infinitésimales*. Nous ignorons la date de la copie, comme d'ailleurs celle de la copie du manuscrit H. Ce pourrait être au dixième siècle de l'Hégire. L'écriture est *nasḫī* et les figures sont, ici encore, tracées avec soin. Ce manuscrit se trouvait en Inde avant d'être acquis par India Office. Il sera noté ل, L.

L'étude des omissions, ajouts et autres variantes confirme que ces trois manuscrits, A, H et L, ont un ancêtre commun.

4) Florence, Bibliothèque Laurenziana, Or. 153, f. 90v-97v. Ce manuscrit est en écriture *nasḫī* maghrébine. On note ce manuscrit ف, F. À la suite du traité d'Ibn al-Hayṯam, f. 97v-100r, on trouve un écrit intitulé *Kalām fī tawṭiʾat al muqaddamāt li-ʿamal al-quṭūʿ ʿalā saṭḥ mā bi-ṭarīq ṣināʿī*, « Propos pour des lemmes pour construire les sections coniques par la méthode de l'art mécanique ». On a attribué à tort ce texte à Ibn al-Hayṯam, en l'assimilant au livre qu'il évoque dans le traité sur le miroir ardent parabolique. Nous avons montré qu'il n'en est rien[24].

5) Leiden, Or. 161/3, f. 43-60. Le manuscrit est en écriture *nasḫī* orientale. Le copiste a laissé des espaces pour les figures, mais ne les a pas tracées. On note ce manuscrit ن, N.

À ces manuscrits s'ajoute une traduction latine du XIIe siècle de ce traité d'Ibn al-Hayṯam par Gérard de Crémone : *Liber de speculis comburentibus*[25]. Cette traduction sera notée ج, G.

Nous verrons que F et G ont un ancêtre commun.

Ainsi, on dispose de deux versions, et non pas d'une seule, du traité d'Ibn al-Hayṯam sur les miroirs ardents paraboliques : l'une, orientale, représentée par A, H, L et N ; l'autre, occidentale, dont les représentants sont F et G.

Au cours de notre édition, nous désignons les mots et les phrases omis par la lettre ص ; les omissions communes à H, L et N par س ; et, si l'on ajoute un autre manuscrit, comme A, par س ا.

On observe une différence caractéristique entre les deux versions. Alors que F et G, dans leurs introductions respectives, évoquent par trois fois les miroirs convexes en même temps que les miroirs concaves, tous les autres manuscrits, ceux de la version orientale, ne considèrent que les miroirs concaves – ce qu'on attend d'ailleurs d'Ibn al-Hayṯam dans ce contexte de l'embrasement.

[24] R. Rashed, *Les mathématiques infinitésimales*, vol. 2, p. 19, n. 72.

[25] J. L. Heiberg et E. Wiedemann, « Ibn al-Haiṯams Schrift über parabolische Hohlspiegel ».

D’autre part, le copiste de F, à la différence de tous les autres copistes et de Gérard de Crémone dans sa traduction, ajoute les références aux *Éléments* d’Euclide et détaille les références aux *Coniques* d’Apollonius, en précisant le numéro du livre et de la proposition.

On trouve dans cette introduction les figures du manuscrit, nécessaires à la compréhension du commentaire mathématique. Nous indiquons leur place dans le texte arabe et dans la traduction française.

Correspondance des lettres :

ا	ب	جـ	د	هـ	ز	ح	ط	ك	ل	م
A	B	C	D	E	G	H	I	K	L	M

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

Au nom de Dieu Clément et Miséricordieux

Traité d'al-Ḥasan b. al-Ḥasan b. al-Hayṯam sur les miroirs ardents, par les sections ‹coniques› F 90v L 18r

L'une des choses les plus nobles déduites par les géomètres, qui étaient objet de compétition entre les anciens et à propos desquelles est apparu le merveilleux des propriétés des figures géométriques et ce qui s'y produit des choses physiques, est la fabrication des miroirs ardents par la réflexion du rayon du soleil. Pour ce faire, ils ont suivi pour les façonner des voies différentes. Ils ont en effet trouvé que le rayon se réfléchit à partir de la surface du miroir plan, et ils ont aussi trouvé qu'il se réfléchit à partir des miroirs sphériques et que les positions vers lesquelles se réfléchit le rayon se différencient selon la différence de leur grandeur. Mais il était clair pour eux que le rayon qui se réfléchit sur un miroir plan en un seul point se réfléchit à partir d'un point seulement ; et que celui qui se réfléchit à partir d'un miroir sphérique se réfléchit à partir de la circonférence d'un seul cercle, d'entre les cercles qui se trouvent sur cette sphère. Les démonstrations de cela sont claires dans leurs livres. Certains d'entre eux ont considéré des miroirs plans en grand nombre, qu'ils ont réunis les uns aux autres, les rayons se réfléchissant à partir d'eux tous en un seul point. Certains ont considéré les miroirs sphériques concaves, d'autres ont considéré de nombreux miroirs sphériques sur lesquels les rayons se réfléchissent vers un seul point pour que l'embrasement soit plus fort. Ceux qui ont considéré ces miroirs sont célèbres, comme Archimède, Anthémius, et d'autres. Leur pensée s'est ensuite tournée vers les propriétés des figures vers lesquelles le rayon se réfléchit ; ils ont alors examiné les propriétés des sections coniques et ils ont trouvé que les rayons qui tombent sur la totalité de la surface concave du paraboloïde se réfléchissent en un seul point déterminé. On a ainsi montré que l'embrasement à partir d'un miroir de cette figure est plus fort que l'embrasement à partir de tous les miroirs qui ne sont pas de cette figure. Ils n'ont cependant pas expliqué de manière convaincante la démonstration de cette notion, ni la méthode par laquelle ils l'ont déduite. | F 91r

Mais, puisque ceci comporte de grands profits et des avantages généraux, j'ai voulu l'expliquer et l'éclairer pour que celui qui désire connaître les vérités le connaisse et que celui qui aspire aux affaires supérieures l'apprenne.

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

بسم الله الرحمن الرحيم

مقالةٌ للحَسَنِ بنِ الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ في المَرايا المُحْرِقَةِ بالقُطوعِ

ف ٩٠ظ
ل ١٨و

إنّ من أشرف ما استنبطه المهندسون، وتَنافَسَ فيه المتقدِّمون، وظهر فيه بديعُ خواصّ الأشكال الهندسيّة وما يعرض فيها من الأمور الطبيعيّة، اصطناع المرايا المحرقة بانعكاس شعاع الشمس؛ فسلكوا في اتّخاذها وجوهًا مختلفة، وذَلِكَ أنّهم وجدوا الشعاع ينعكس من بسيط المرايا المسطّحة، ووجدوه أيضًا ينعكس من سطوح المرايا الكُرِيّة، وتختلف المواضع الّتي ينعكس إليها الشعاع بحسب اختلاف مقاديرها، إلا أنّه تبيّن لهم أنّ الشعاع الذي ينعكس عن المرآة المسطّحة إلى نُقْطَة واحدة إنّما ينعكس من نُقْطَة واحدة فقط، والذي ينعكس من المرآة الكُرِيّة إنّما ينعكس من محيط دائرة واحدة من الدوائر الّتي تقع في تِلْكَ الكرة. والبراهين على ذَلِكَ بيِّنة في كتبهم. فذهب قومٌ منهم إلى اتّخاذ مرايا مسطّحة كثيرة العدد، مُضافٍ بعضُها إلى بعض، ينعكس الشعاع من جميعها إلى نُقْطَة واحدة. وذهب قوم إلى اتّخاذ المرايا الكُرِيّة المُقَعَّرَة، ومنهم من اتّخذ مرايا كُرِيّة كثيرة تَنْعَكِس شعاعاتها إلى نُقْطَةٍ واحدةٍ ليكونَ الإحراقُ أقْوَى؛ والّذين اتّخذوا هذه المرايا مشهورون مِثْل أرشميدس وأنثميوس وغيرهما. ثم إنّه عرض لهم الفكر في خواصّ الأشكال الّتي ينعكس منها الشعاع، فنظروا في خواصّ القطوع المخروطات، فوجدوا السطحَ المُقَعَّرَ من المُجَسَّم المُكافِئ تَنْعَكِس الشعاعات الّتي تقعُ على جميع بسيطه إلى نُقْطَةٍ واحدةٍ بعينها فتبيّن أنّ الإحراق الذي يكون من المرآة الّتي على هذا الشكلِ يكون أقوى من إحراق جميع المرايا الّتي على غير هذا الشكل، إلاّ أنّهم لم يشرحوا البرهانَ على هذا المعنى ولا الطريقَ الذي به استنبطوا ذلك شرحًا مقنعًا. | ف ٩١و

ولِما في ذَلِكَ من الفوائدِ العظيمة والمنافع العامّة، أردت أن أشرحَه وأوضحَه ليُحيطَ بعلمه من كانت له رغبةٌ في معرفة الحقائق، ونعلمه من كانت همته في علايات الأمور،

٥–٦ بانعكاس شعاع الشمس: بانعكاس الشعاع الشمسي [ف، ا]، per convertionem radii solaris [G].
٩ الذي: ص [ن]. ٩–١٠ إنّما ... فقط: ص [ن]. ١٢ مُضافٍ: مضافة [ف، ا]. ١٣ من اتّخذ: ص [ن].
١٤ كُرِيّة كثيرة: كثيرة كرية [ف، ا]. ١٥ وأنثميوس: وأنتميس [ف، ا]، وأنتميموس [ل]. ١٦ القطوع: القطع [ف]. ١٧ الّتي تقعُ: ص [س]. ١٧ على: من [س]. ١٩ الشكلِ ... الشكل: ص [ا]. ٢١ أردت وأوضحه: رأينا ونوضحه [س]. ٢٢ علايات: علامات [ف]. ٢٢ الأمور: الأعمال [س]، في عدد درجات الأعمال [ن].

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

Je l'ai donc montré dans ce traité, j'ai résumé la démonstration de la connaissance de sa vérité et mentionné la voie de sa réalisation, et j'ai agencé le procédé pour réaliser son instrument.

J'introduis les fondements utilisés par les géomètres pour toutes les espèces de miroirs, afin que celui qui les cherche y parvienne et que celui qui les vise les saisisse.

Prémisses sur lesquelles on s'accorde

Le rayon solaire émane du corps du soleil vers les surfaces de toutes les espèces de miroirs et vers tous les corps suivant des lignes droites. Tous les rayons qui tombent sur les miroirs plans se réfléchissent suivant des angles égaux à partir des surfaces des miroirs.

Tous les rayons qui tombent sur la surface des miroirs concaves se réfléchissent suivant des angles égaux à partir des surfaces planes tangentes à ces surfaces aux points sur lesquels tombe le rayon. J'entends par « rayons réfléchis suivant des angles égaux » que le rayon réfléchi entoure avec la ligne droite qui est l'intersection du plan des deux droites qui sont[1] ‹le rayon qui tombe sur la surface du miroir› et le rayon réfléchi, et du plan qui est la surface du miroir, ou du plan tangent à la surface du miroir si celle-ci est concave, deux angles égaux.

Les droites qui aboutissent aux surfaces de toutes les espèces de miroirs et se réfléchissent suivant des angles égaux – soit sur la surface du miroir plan, soit sur les plans tangents aux surfaces concaves – c'est-à-dire les droites qui | se réfléchissent suivant la figure des rayons réfléchis, sont les rayons qui émanent suivant ces droites et se réfléchissent suivant ces droites. Par le plan tangent à la surface concave, j'entends celui entre lequel et la surface concave il y a un seul point commun. Par le plan de la droite réfléchie ou du rayon réfléchi, le plan dans lequel il y a ces deux droites, qui sont la droite elle-même | et la droite qui est sa réflexion et qui entoure avec elle un angle.

L 18^{v} F 91^{v}

[1] Littéralement : les deux droites du rayon réfléchi.

فبيّنتُه في هذه المقالة ولخّصتُ البرهانَ على علم حقيقته وذكرتُ طريقَ العمل في اتّخاذه وترتيب العمل في اتّخاذ آلته.

وقدّمتُ الأصولَ الّتي يستعملها المهندسون في جميع أنواع المرايا ليهتدي إليه من التمسَه ويدركه كلُّ مَنْ رامَهُ.

المقدّمات المُتّفق عليها

الشعاعُ الشمسيّ يخرج من جرم الشمس الى سطوح جميع أنواع المرايا ‹و›إلى جميع الأجسام على خطوط مستقيمة. وجميع الشعاعات الواقعة على المرايا المسطّحة تَنْعَكِس على زوايا متساوية من سطوح المرايا.

وجميع الشعاعات الواقعة على المرايا المُقَعَّرَة تَنْعَكِس على زوايا متساوية من السطوح المستوية المماسّة لتِلْكَ السطوح على النقط الّتي يقع عليها الشعاع – وأعني بالشعاع المنعكس على زوايا متساوية أنّ الشعاع المنعكس يحيط مع الخطّ المستقيم الذي هو الفصل المشترك بين سطح الخطّين المستقيمين اللذين هما خطّا الشعاع المنعكس وبين السطح المستوي الذي هو سطح المرايا أو السطح المستوي المماسّ للسطح المرائي كان من المُقَعَّرَة بزاوِيَتين متساويتين.

والخطوط المستقيمة الّتي تنتهي الى سطوح جميع أنواع المرايا وتَنْعَكِس على زوايا متساوية، أمّا من سطوح المرايا المستوية أو من السطوح المستوية المماسّة للسطوح المُقَعَّرَة أعني الخطوط | الّتي تَنْعَكِس على شكل الشعاع المنعكس، تكون الشعاعات الّتي تخرج على تِلْكَ الخطوط تَنْعَكِس أيضًا على تِلْكَ الخطوط. وأعني بالسطح المستوي المماسّ للسطح المُقَعَّرَ السطح الذي يكون بينه وبين السطح المُقَعَّرَ نُقْطَة واحدة مشتركة فقط. وأعني بسطح الخطّ المنعكس أو الشعاع المنعكس السطح الذي فيه ذانك الخطّان، الذي هو الخطّ نفسه | والخطّ الذي هو انعكاسه الذي يحيط معه بزاوِيَة.

ل ١٨ظ — ف ٩١ظ

[١] فبيّنتُه ... ولخّصتُ: فبيناه ... ولخصنا [س]. [١] وذكرتُ: وذكرنا [س]. [٢] وترتيب ... آلته: وترتيبه [ن]، وترتيب آلته [س]. [٣] وقدّمتُ: وقدمنا [س]. [٥] المقدّمات: الأصول [ف، ا]. [٦] الشعاعُ الشمسيّ: radius solaris [G]، الشعاع الشمسي [س]. [٦–٧] ‹و›إلى ... الأجسام: ص [ف، ا، G]. [٩] الواقعة ... المُقَعَّرَة: الواقعة ... المقعرة والمحدبة [ف]، qui cadunt super specula concava et gibbosa [G]. [١٢] المنعكس: ص [س]. [١٣] المستوي: ص [س]. [١٤] المُقَعَّرَة: المقعرة والمحدبة [ف]، concava et gibbosa [G]. [١٦] للسطوح: للمرايا [س]. [١٦] المُقَعَّرَة: المقعرة والمحدبة [ف]، concavorum et gibbosorum [G]. [١٩] مشتركة فقط: فقط مشتركة [س]. [٢١] نفسه: بعينه [س]. [٢١] الذي هو انعكاسه: ص [س].

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

Démonstration de la notion visée

‹1› Soit une parabole quelconque dont on mène l'axe et dont on sépare de l'extrémité de l'axe l'égal au quart de son côté droit ; pour toute droite menée à l'intérieur de cette section parallèlement à l'axe, qui aboutit à sa surface arrondie et se réfléchit vers le point qui sépare le quart, alors les deux droites[2] entourent, avec la droite tangente à la section en ce point auquel a abouti la droite parallèle à l'axe, deux angles égaux.

Exemple. La section ABC est une parabole, son axe est AD, son côté droit est L, on sépare de AD la droite AE égale au quart de la droite L, on mène la droite IB parallèle à la droite DA, on joint BE, et on mène la droite KBH tangente ‹en B› à la surface arrondie de la section ABC. Je dis que l'angle IBK est égal à l'angle EBH.

Que l'angle EBH soit d'abord aigu. Par la voie de l'analyse, nous supposons l'angle IBK égal à l'angle EBH (figure 1).

Puisque la droite IB est parallèle à la droite DA, alors l'angle IBK est égal à l'angle BHD. Mais l'angle IBK est égal à l'angle HBE, | par L 19r
hypothèse, donc l'angle EBH est égal à l'angle BHE, la droite BE est donc égale à la droite EH et le carré de BE est donc égal au carré de EH.

Menons BG perpendiculaire à l'axe, alors les carrés de EG et de GB sont égaux au carré de EH ; mais le carré de BG est égal au produit de AG par la droite L, qui est le côté droit, comme l'a montré l'éminent Apollonius dans son livre sur les *Coniques*, dans la proposition 11 du premier livre ; le carré de EG plus le produit de GA par L est donc égal au carré de EH ; mais EA est le quart de L, donc le produit de GA par AE quatre fois, plus le carré de EG, est égal au carré de EH. Mais AH est égale à GA, puisque cela est la réciproque de la huitième proposition du livre de l'ouvrage les *Éléments*, qui est : toute droite partagée en deux parties, à laquelle on ajoute l'égal de l'une des deux parties, alors le produit de la droite tout entière plus l'ajout par lui-même est égal au produit de la droite divisée par l'ajout quatre fois, plus le produit de la seconde partie par elle-même. Mais il en est ainsi car BH est tangente et BG est l'ordonnée,

[2] C'est-à-dire la droite incidente et la droite réfléchie.

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

البرهان على المعنى المقصود

‹١› كلّ قَطْع مُكافِئ يُخرج سهمُه ويُفصل من طرف السهم مِثْلُ رُبع ضلعه القائم، فإنّ كلّ خطّ يخرج في داخله موازيًا للسهم وينتهي إلى بسيطه المستدير وينعكس الى النُقْطَة الّتي تفصل الربع، فإنّ الخطّين يحيطان مع الخطّ المماسّ للقَطْع على تلك النُقْطَة الّتي انتهى إليها الخطّ الموازي للسهم بزاوِيَتين متساويتين.

مِثال ذَلِكَ: قَطْع ا ب ج قَطْعٌ مُكافِئ وسهمه ا د وضلعه القائم ل، ونفصل من ا د خطّ ا ه مِثْل ربع خطّ ل، ويخرج خطُّ ط ب موازيًا لخطّ د ا، ونصل ب ه، ونُخرج خطّ ک ب ح مماسًّا لسطح قَطْع ا ب ج المستدير؛ فأقول: إنّ زاوِيَة ط ب ک مساويةٌ لزاوِيَة ه ب ح.

فلتكن أوّلًا زاوِيَة ب ه ح حادّةً. فعلى طريق التحليل نفرض أنّ زاوِيَة ط ب ک مساويةٌ لزاوِيَة ه ب ح.

‹شكل ١.›

فلأنّ خطّ ط ب موازٍ لخطّ د ا، تكون زاوِيَة ط ب ک مساويةً لزاوِيَة ب ح د. ولكنّ زاوِيَة ط ب ک مساويةٌ لزاوِيَة ح ب ه بالفَرْض، فزاوِيَة ه ب ح مساويةٌ لزاوِيَة ب ح ه، فخطّ ب ه مساوٍ لخطّ ه ح، فمربّع ب ه مساوٍ لمربّع ه ح.

ونُخرج ب ز عمودًا على السهم، فمربّعا ه ز وَ ز ب مساويان لمربّع ه ح. لكنّ مربّع ب ز مِثْل ضرب ا ز في خطّ ل الذي هو الخطّ القائم، كما بيّن أبلونيوس الفاضل في كتاب المخروطات في الشكل الحادي عشر من المقالة الأولى. فمربّع ه ز وضرب ز ا في ل مساوٍ لمربّع ه ح. لكنّ ه ا ربع ل، فضرب ز ا في ا ه أربع مرّات ومربّع ه ز مساوٍ لمربّع ه ح. وَ ا ح مِثْل ز ا لأنّ هذا عكس ‹الشكل الثامن› في المقالة الثانية من كتاب الأركان له، وهو كلّ خطّ يُقسم بقسمين ثمّ يُزاد عليه مِثْل أحد القسمين، فإنّ ضرب الخطّ كلّه مع الزيادة في مِثْله كضرب الخطّ المقسوم في الزيادة أربع مرّات وضرب القسم الثاني في مِثْله؛ لكنّه كذَلِكَ لأنّ ب ح مماسٌّ وب ز على الترتيب كما

١ البرهان ... المقصود: ص [ف، ا]. ٣ داخله: داخل القطع [س]. ٤–٥ الّتي انتهى ... للسهم: ص [س].
٧ لخطٍّ: ص [س]. ٨ خطّ: ص [ف، ا]. ٨ لسطح ... المستدير: ص [س]. ١١ لزاوِيَة: ص [ف، ا].
١٣ موازٍ: موازيا [ف، ل، ن]، موازي [ح]. ١٤ بالفَرْض: ص [س]. ١٨ كتاب: كتابه [س]. ١٨ الشكل ... الأولى: ص [س]. ٢٠–٢٣ لأنّ هذا ... مِثْله: ص [س]. ٢٣–٢٠٤٥ كما بيَّنَهُ ... أيضًا: ص [س].

comme l'a montré Apollonius dans | la proposition 35 du premier livre F 92r
et à partir de la proposition 33 de celui-ci également.

Par la voie de la synthèse, nous supposons toutes les choses dans leur état. Je dis que l'angle IBK est égal à l'angle EBH.

Démonstration. Menons BG ordonnée. Puisque l'angle BGE est droit et que nous avons supposé l'angle BEH aigu, le point G, qui est l'extrémité de la droite BG, tombe entre les deux points E et H. Mais puisque BH est tangente à la section et BG ordonnée, on a GA égale à la droite AH, d'après ce qui a été montré dans le livre d'Apollonius ; et le produit de EA par AG quatre fois plus le carré de EG est donc égal au carré de HE, d'après ce qu'Euclide a montré dans le deuxième livre de l'ouvrage des *Éléments* ; mais EA est le quart de L, donc le produit de EA par GA quatre fois est le produit de L par GA ; mais le produit de L par GA plus le carré de EG est égal au carré de EH ; mais le produit de L par GA est le carré de BG, car BG est une ordonnée, d'après ce qui a été montré dans le livre d'Apollonius. Donc le carré de BG plus le carré de EG est égal au carré de EH. Mais le carré de BG plus le carré de EG est le carré de EB, car l'angle BGE est droit, donc le carré de EB est égal au carré de EH ; et EB est égal à EH, donc l'angle EBH est égal à l'angle EHB. De plus, la droite IB est parallèle à la droite DA, donc l'angle IBK est égal à l'angle EHB, et l'angle EBH est égal à l'angle IBK. De même toute droite menée
parallèlement à l'axe se réfléchit au point | E lorsqu'elle entoure avec EA F 92v
un angle aigu. Ce qu'il fallait démontrer. Et la figure a été donnée avant.

Fixons ce que nous avons mentionné dans son état. Que la droite BE entoure avec la droite EA un angle droit ; je dis que l'angle IBK est égal à l'angle EBH (figure 2).

Par l'analyse, nous supposons que les deux angles sont égaux. Puisque la droite IB est parallèle à la droite AD, l'angle IBK est égal à l'angle EHB. Mais l'angle IBK est par hypothèse égal à l'angle EBH, donc l'angle EBH est égal à l'angle EHB ; la droite BE est donc égale à la droite EH ;

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

بيّنَهُ أبلونيوس في | الشكل الخامس والثلاثين من المقالة الأولى ومن شكل ل جـ منها أيضًا. ف ٩٢و

وعلى طريق التركيب نفرض الأشياء كلّها على حالها فأقول: إنّ زاوِيَة ط ب ك مساويةٌ لزاوِيَة هـ ب ح.

برهان ذَلِكَ: أنّا نُخرج ب ز على الترتيب.. فلأنّ زاوِيَة ب ز هـ قائمة، وكنّا فرضنا زاوِيَة ب هـ ح حادّة، تقع نُقْطَة زَ، الّتي هي نهاية خطّ ب ز بين نُقْطَتي هَ وَ حَ. ولأنّ ب ح مماسّ للقَطْع وَ ب ز على الترتيب، يكون ا ز مساويًا لخطّ ا ح على ما تبيّن في كتاب أبلونيوس. فضرب هـ ا في ا ز أربع مرّات مع مربّع هـ ز مساوٍ لمربّع هـ ح على ما بيّنه أقليدس في المقالة الثانية من كتاب الأركان. لكنّ هـ ا ربع لَ، فضرب هـ ا في ز ا أربع مرات هو ضرب لَ في ز ا. وضرب لَ في ز ا مع مربّع هـ ز مساوٍ لمربّع هـ ح. ولكنّ ضرب لَ في ز ا هو مربّع ب ز لأنّ ب ز على الترتيب على ما تبيّن في كتاب ‹أبلونيوس›. فمربّع ب ز ومربّع هـ ز مِثْل مربّع هـ ح. لكنّ مربّع ب ز و‹مربّع› هـ ز هو مربّع هـ ب لأنّ زاوِيَة ب ز هـ قائمة. فمربّع هـ ب مساوٍ لمربع هـ ح، فَ هـ ب مساوٍ لِ هـ ح، فزاوِيَة هـ ب ح مساوية لزاوِيَة هـ ح ب؛ وأيضًا فإنّ خطّ ط ب موازٍ لخطّ د ا، فزاوِيَة ط ب ك مساوية لزاوِيَة هـ ح ب، فزاوِيَة هـ ب ح مساوية لزاوِيَة ط ب ك. وكذَلِكَ كلّ خطٍ يخرج موازيًا للقطر فإنّه ينعكس إلى نُقْطَة | هَ متى أحاط مع هـ ح بزاوِيَة حادّة؛ وذَلِكَ ما أردنا أن نبيّن. وقد تقدّمت الصورة. ف ٩٢ظ

ولنُثبّت ما ذكرنا على حاله. وليكن خطُّ ب هـ يحيط مع خطِّ هـ ا بزاوِيَة قائمة، فأقول: إنّ زاوِيَة ط ب ك مساويةٌ لزاوِيَة هـ ب ح.

‹شكل ٢.›

فبالتحليل نفرضُ أنّ الزاويَتين متساويتين. فلأنّ خطّ ط ب مُوازٍ لخطّ ا د، تكون زاوِيَة ط ب ك مساوية لزاوِيَة هـ ح ب. ولكن زاوِيَة ط ب ك – بالفَرْضِ – مساويةٌ لزاوِيَة هـ ب ح، | فزاوِيَة هـ ب ح مساوية لزاوِيَة هـ ح ب، فخطّ ب هـ مساوٍ لخطّ هـ ح، فمربّع ل ١٩و

٥–٦ فلأنّ زاوِيَة ... وَ حَ: ص [س]. ٦ ولأنّ: فلأن [س]. ٧–٨ على الترتيب ... أبلونيوس: ص [س]. ٨–٩ على ما ... كتاب الأركان: ص [س]. ١١ على ما ... ‹أبلونيوس›: ص [س]. ١٢–١٣ لأنّ ... قائمة: ص [س]. ١٤ لخطّ: ص [س]. ١٦ للقطر: للسهم [س]. ١٦ فإنّه ينعكس إلى نُقْطَة: وينتهي إلى نقطة [س]. ١٦ متى أحاط: ويحيط [س]. ١٦ بزاوِيَة: زاوية [س]. ١٧ وقد تقدّمت الصورة: ص [س]. ٢١ فبالتحليل: وبالتحليل [س].

le carré de EB est donc égal au carré de EH. Mais le carré de EB est égal au produit de AE par L, qui est le côté droit, puisque BE est suivant un angle droit ; le produit de EA par L est donc égal au carré de EH. Mais le produit de EA par L est le quart du carré de L, le carré de EH est donc le quart du carré de L. Mais EA est le quart de L, donc la droite EH est la moitié de la droite L, puisque EA est le quart de L. AH est donc le quart de L. La droite EA est donc égale à la droite AH, et il en est ainsi car BH est tangente et BE est une ordonnée.

Nous supposons toutes les choses dans leur état. Je dis que l'angle IBK est égal à l'angle EBH.

Démonstration. La droite BH est tangente à la section et BE est une ordonnée, donc la droite AE est égale à la droite AH. Mais EA est un quart de L, EH est la moitié de L. Le carré de EH est donc le quart du carré de L. Mais le produit de EA par L est le quart du carré de L, car EA est le quart de L. Le produit de EA par L est donc égal au carré de EH. Mais le produit de EA par L est égal au carré de EB, car BE est une ordonnée. Le carré de BE est donc égal au carré de EH, la droite BE est donc égale à la droite EH, l'angle EBH est donc égal à l'angle EHB. Mais puisque la droite IB est parallèle à la droite DH, alors l'angle IBK est égal à l'angle EHB ; mais l'angle EBH est égal à l'angle EHB, donc l'angle IBK est égal à l'angle EBH égal à l'angle EHB. Ce qu'il fallait démontrer. | F 93r

Fixons ce que nous avons mentionné dans son état et que l'angle EBH soit obtus. Je dis que l'angle IBK est égal à l'angle EBH.

Par la méthode de l'analyse, nous supposons qu'il en est ainsi. Puisque la droite IB est parallèle à la droite DH, alors l'angle IBK est égal à l'angle EHB. Mais l'angle IBK, par hypothèse, est égal à l'angle EBH, alors l'angle EBH est égal à l'angle EHB. La droite EB est donc égale à la droite EH, et le carré de BE est égal au carré de EH. Menons BG ordonnée, donc le carré de BG plus le carré de GE est égal au carré de EH , donc le carré de BE est égal au carré de EH, car l'angle BGE est droit ; or on a montré maintenant que le carré de BE est égal au carré de EH ; mais le carré de BG est égal au produit de AG par L, donc le produit de AG par L plus le carré de EG est égal au carré de EH ; mais EA est égal au quart de L, le produit de GA par L

ه ب مساوٍ لمربّع ه ح. ولكنّ مربّع ه ب مساوٍ لضرب ه ا في ل، الذي هو الضلع القائم لأنّ ب ه على زاوِيَة قائمة. فضرب ه ا في ل مساوٍ لمربّع ه ح. لكن ضرب ه ا في ل هو ربع مربّع ل لأنّ ه ا ربع ل، فمربّع ه ح ربعُ مُربّعِ ل، فخطُّ ه ح نصفُ خطِّ ل. لكنّ ه ا ربع ل، فـ ا ح ربع ل، فخطّ ه ا مِثْل خطّ ا ح، لكنّه كذَلِكَ لأنّ ب ح مماسٌّ وَ ب ه على الترتيب.

وبالتركيب نفرضُ الأشياءَ كلَّها على حالها، فأقول: إنّ زاوِيَة ط ب ک مساويةٌ لِ ه ب ح.

برهانُ ذَلِكَ: أنّ خَطَّ ب ح مُماسٌّ للقَطْع وَ ب ه على الترتيب، فخطُّ ا ه مِثْلُ خَطِّ ا ح، وَ ه ا رُبْعُ ل، وه ح نِصْفُ ل، فمربّع ه ح رُبْعُ مربّع ل. ولكنّ ضَرْبَ ه ا في ل رُبْعُ مربّع ل لأنّ ه ا رُبْعُ ل، فضَرْبُ ه ا في ل مِثْلُ مربّع ه ح. ولكن ضَرْبَ ه ا في ل مِثْلُ مربّع ه ب لأنّ ب ه على الترتيب، فمربّع ب ه مِثْل مربّع ه ح، فخطّ ب ه مِثْلُ خطِّ ه ح، فزاوِيَةُ ه ب ح مساويةٌ لزاوِيَةِ ه ح ب. ولأنّ خطَّ ط ب موازٍ لخطِّ د ح تكونُ زاوِيَةُ ط ب ک مِثْلَ زاوِيَةِ ه ح ب، وقد كانتْ زاوِيَةُ ه ب ح مِثْلَ زاوِيَةِ ه ح ب، فزاوِيَةُ ط ب ک مِثْلُ زاوِيَةِ ه ب ح مِثْلِ زاوِيَةِ ه ح ب؛ وذَلِكَ | ما أردنا أنْ نُبيِّنَ. ف ٩٣و

ولنُثَبِّتْ ما ذكرنا على حاله.

ولتكنْ زاوِيَةُ ه ب ح منفرجةً؛ فأقول: إنّ زاوِيَةَ ط ب ک مساويةٌ لزاوِيَة ه ب ح.

‹شكل ٣.›

فعلى جهةِ التحليلِ نفرضُ أنّ ذَلِكَ كذَلِكَ. فلأنّ خطَّ ط ب موازٍ لخطّ د ح تكون زاوِيَةُ ط ب ک مساويةً لزاوِيَة ه ح ب. وزاوِيَة ط ب ک – بالفرض – مِثْلُ زاوِيَةِ ه ب ح، فزاوِيَة ه ب ح مِثْل زاوِيَة ه ح ب، فخطُّ ه ب مِثْل خطّ ه ح، فمربّع ب ه مِثْل مربع ه ح. ونُخرجُ ب ز على الترتيب، فمربّع ب ز ومربّع ز ه مِثْل مربّع ه ح فمربّع ب ه مِثْل مربّع ه ح لأنّ زاوِيَة ب ز ه قائمة.

وقد تبيّن الآن أنّ مربّع ب ه مِثْل مربّع ه ح، لكنّ مربّع ب ز مثل ضرب ا ز في ل، فضرب ا ز في ل مع مربّع ه ز مثل مربّع ه ح. ولكن ه ا مثل ربع ل، فضرب ز ا في ل

[٢–٣] لكن ضرب ... هو ربع مربّع ل: ص [ف]. [٣–٤] فخطُّ ه ح نصفُ خطِّ ل: فـ ب ح نصف ل [ل]، فـ ه ح نصف ل [ح، ل]. [١٩] ه ح ب: ه ب ح. [٢١] ونُخرجُ ... مِثْل مربّع ه ح: ص [ف]. [٢٣] وقد تبيّن ... ه ح: ص [س]. [٢٤] فضرب ا ز في ل: ص [ف]. [٢٤] مثل (الثاني): ص [س].

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

est égal à quatre fois le produit de GA par AH, donc le produit de GA par AE, quatre fois, plus le carré de GE, est égal au carré de EH. Posons AM égal à AE, donc le produit de GA par AM, quatre fois, plus le carré de GE, est égal au carré de GM, donc le carré de GM est égal au carré de EH et GM est égale à EH. On ôte EM commun, il reste GE égale à MH. Mais on a supposé EA égale à AM, donc GA est égale à AH, et il en est ainsi parce que BH est tangente à la section et BG est une ordonnée.

Par la méthode de la synthèse, on suppose toutes les choses dans leur état. Je dis que l'angle IBK est égal à l'angle EBH.

Démonstration. Menons BG ordonnée. Puisque BH est tangente à la section et que BG est une ordonnée, la droite GA est égale à la droite AH. Posons AM égale à AE, il reste donc GE égale à MH ; donc GM est égale à EH et le carré de GM est égal au carré de EH. | Mais le produit F 93v
de GA par AE, quatre fois, plus le carré de GE, est égal au carré de GM, selon ce qu'Euclide a démontré dans le deuxième livre de son ouvrage les *Éléments* ; donc le produit de GA par AE, quatre fois, plus le carré de GE, est égal au carré de EH. Mais le produit de GA par AE, quatre fois, est le produit de GA par L, car EA est le quart de L. Donc le produit de GA par L plus le carré de GE est égal au carré de EH. Mais le produit de GA par L est le carré de BG car BG est une ordonnée ; le carré de BG plus le carré de GE est égal au carré de EH ; mais le carré de BG plus le carré de GE est le carré de BE, donc le carré de BE est égal au carré de EH ; BE est donc égale à EH, l'angle EBH est donc égal à l'angle EHB ; mais l'angle EHB est égal à l'angle IBK, car la droite IB est parallèle à la droite DH. L'angle EBH est donc égal à l'angle IBK, et de même pour toute droite menée dans la section et qui entoure avec la droite EH du côté de son sommet | un angle obtus. Et toute droite menée de son extrémité sur le L 19v
périmètre de la section et telle que son prolongement dans la section soit parallèle à son axe et qui se réfléchit au point E entoure avec la droite tangente en ce point deux angles égaux. Ce qu'il fallait démontrer. Et ceci est la figure (figure 3).

‹2› Toute parabole dont on fixe l'axe et que l'on fait tourner jusqu'à ce qu'elle revienne à la position dans laquelle elle a commencé son mouvement engendre un solide de révolution et engendre dans le solide qui l'entoure, quel que soit ce solide, une surface concave. Pour toute surface plane menée par son axe et qui coupe la surface concave,

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

مساوٍ لأربع مرّات مِثْل ضرب ز ا في ا ه، فضرب ز ا في ا ه أربع مرّات مع مربّع ز ه مِثْل مربّع ه ح. ونجعل ا م مِثْل ا ه، فضرب ز ا في ا ه أربع مرّات مع مربّع ه ز مِثْل مربّع ز م، فمربّع ز م مِثْل مربّع ه ح فَ ز م مِثْل ه ح. فنلقي ه م المشترك، فيبقى ز ه مِثْل م ح، وه ا فرضناه مِثْل ا م، فـ ز ا مِثْل ا ح، ولكنّه كذَلِكَ لأنّ ب ح مماسّ للقَطْع وَ ب ز على الترتيب.

وعلى جهة التركيب. نفرض الأشياء كلّها على حالها فأقول: إنّ زاوِيَة ط ب ك مِثْل زاوِيَة ه ب ح.

برهان ذَلِكَ: أنّا نخرج ب ز على الترتيب، فلأن ب ح مماسّ للقَطْع وب ز على الترتيب، يكون خط ز ا مِثْل خط ا ح. ونجعل ا م مِثْل ا ه، فيبقى ز ه مِثْل م ح، فيكون ز م مِثْل ه ح، فمربّع ز م مِثْل مربّع ه ح | ولكن ضرب ز ا في ا ه أربع مرّات مع مربّع ف ٩٣ ظ ز ه مِثْل مربّع ز م على ما بيّنه أقليدس في المقالة الثانية من كتاب الأركان له. فضرب ز ا في ا ه أربع مرّات مع مربّع ز ه مِثْل مربّع ه ح. ولكن ضرب ز ا في ا ه أربع مرّات هو ضرب ز ا في ل، لأنّ ه ا ربع ل، فضرب ز ا في ل مع مربّع ز ه مِثْل مربّع ه ح. ولكن ضرب ز ا في ل هو مربّع ب ز، لأنّ ب ز على الترتيب، فمربّع ب ز ومربّع ز ه مِثْل مربّع ه ح، ومربّعا ب ز ز ه هو مربّع ب ه فمربّع ب ه مثل مربّع ه ح فـ ب ه مِثْل ه ح، فزاوِيَة ه ب ح مِثْل زاوِيَة ه ح ب، ولكن زاوِيَة ه ح ب مِثْل زاوِيَة ط ب ك لأنّ خطَّ ط ب موازٍ لخطّ د ح، فزاوِيَة ه ب ح مِثْل زاوِيَة ط ب ك ، وكذَلِكَ كلُّ خطٍّ يخرج في القَطْع ويحيط مع خطٍّ ه ح مما يلي رأسه | بزاوِيَة منفرجة، ل ١٩ ظ وكلُّ خطٍّ يخرج من طرفه الذي على محيط القَطْع ويكون خروجه في القَطْع موازيًا لسهمه وينعكس إلى نُقْطَة ه يحيط مع الخطّ المماسّ على تِلْكَ النُقْطَة بزاوِيَتين متساويتين وذَلِكَ ما أردنا أن نبيّن وهذه الصورة.

‹٢› كلّ قَطْع مُكافِئ يُثبّتُ سهمُه ويُدار القَطْعُ حتّى يرجعَ إلى الموضع الذي منه ابتدأ بالحركة فيحدثُ مُجَسَّم مستديرٌ ويحدث في الجسم المحيطِ بِهِ أيِّ جسم كان سطحًا مُقَعَّرًا، فإنّ كلَّ سطحٍ مستوٍ يخرج على سهمه ويقطع ذَلِكَ السطح المقعّر، يكون

[١] مساوٍ لأربع مرّات: ص [س]. [٣] فمربّع ز م: في الهامش في [ل]. [٤] فرضناه: ص [س]. [٨] أنّا نخرج ... على الترتيب: ص [ف]. [٨] فلأن: أن [ف]. [١١] على ... الأركان: ص [س]. [١٥] فمربّع ب ه: في الهامش، وكذلك في [ل]. [١٨–١٩] وكلُّ خطٍّ ... لسهمه: وكل خط يخرج في القطع موازيًا لسهمه [س]، في [ن] كتب موازٍ بدل موازيًا. [٢٤] المقعّر: ص [ف].

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

l'intersection est une parabole égale à la première section, qui a engendré cette surface concave et dont l'axe est son axe.

Exemple. Soit la section ABC une parabole, AD son axe, et la droite CD perpendiculaire à l'axe. Si on fixe AD et si on fait tourner la section jusqu'à ce qu'elle aboutisse à la position à partir de laquelle elle a commencé le mouvement, alors une surface de son extérieur engendre une surface concave dont la base est le cercle CEG engendré par la rotation du point C, et dont le sommet est le point A (figure 4).

On mène par l'axe AD un plan quelconque qui coupe la surface | ex- F 94r
térieure de la parabole de sorte que l'intersection soit la ligne AHE. Je dis que la ligne AHE est une parabole égale à la section ABC.

Démonstration. Joignons ED et imaginons la section ABCD, la première, en mouvement autour de l'axe AD. Si le point C aboutit au point E, la droite DC se superpose à la droite DE et toute la surface ABCD se superpose à la surface AHED et elles deviennent une seule surface, car ce sont deux surfaces égales. Puisque la section ABCD a engendré la surface concave, la ligne ABC sera toujours l'intersection entre la surface concave et la section, là où la section est en rotation. Si donc la surface ABCD se superpose à la surface AHED, l'intersection entre celle-là et la surface concave sera la ligne ABC. Or l'intersection entre la surface à laquelle elle s'est superposée et avec laquelle elle est devenue une seule surface, qui est la surface concave, est la ligne AHE, donc la ligne ABC se superpose à la ligne AHE et elles deviennent une seule ligne. Et la surface tout entière sera égale à la surface ‹tout entière›; donc la ligne AHE est une parabole égale à la parabole ABC et son axe est AD. Ce qu'il fallait démontrer.

‹3› Pour toute surface concave, à concavité paraboloïdale, si on sépare de l'extrémité de son axe l'égal du quart du côté droit de la section qui l'a engendrée, alors toute droite menée parallèlement à son axe, qui aboutit à la surface concave et se réfléchit vers ce point, entoure avec la droite tangente à la surface concave, qui est l'intersection du plan de la droite réfléchie et du plan tangent à la surface concave, deux angles égaux.

Exemple. Soit une surface concave à concavité paraboloïdale de sommet le point A,

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

الفصلُ المشتركُ قَطْعًا مُكافِئًا مساويًا للقَطْع الأوّل الذي أحدث السطح المقعّر، وسهمُه ذَلِكَ السهم. مثال ذَلِكَ: قَطْع ا ب جـ مُكافِئٌ وسهمُه ا د وخطّ جـ د عمود عليه، وأُثبت ا د، وأُدير القَطْعُ حتّى انتهى الى الموضع الذي منه بدأ بالحركة فأُحدث سطحٌ من ظاهره سطحًا مُقَعَّرًا قاعدته دائرة جـ هـ ز الّتي حدثت من استدارة نُقْطَة جـ ورأسه نُقْطَة ا.

‹شكل ٤.›

وخرج من سهم ا د سطح مستو كيفما اتّفق فقطع السطح | الخارج القَطْع المُكافِئ، ف ٩٤و
وكان الفصل المشترك خط ا ح هـ؛ فأقول: إنّ خطّ ا ح هـ قَطْع مُكافِئ مساوٍ لقَطْع ا ب جـ.

برهان ذَلِكَ: أنّا نصل هـ د ونتوهّم قَطْع ا ب جـ د الأوّل متحرّكًا حول سهم ا د، فنُقْطَة جـ اذا انتهت إلى نُقْطَة هـ انطبق خطّ د جـ على خطّ د هـ وانطبق جميع سطح ا ب جـ د على سطح ا ح هـ د وصارا سطحًا واحدًا، لأنّهما متساويان. ولأنّ قَطْع ا ب جـ د أحدث السطح المُقَعَّرَ يكون خطّ ا ب جـ أبدًا، حيث ما دار القَطْع، فصلًا مشتركًا بين السطح المُقَعَّرَ وبين القَطْع. وإذا انطبق سَطْح ا ب جـ د على سطح ا ح هـ د كان الفصلُ المشتركُ بينه وبين السطحِ المُقَعَّرَ خطًّ ا ب جـ. وقد كان الفصل المشترك بين السطح الذي انطبق عليه وصار معه سطحًا واحدًا وهو السطح المُقَعَّرَ هو خط ا ح هـ، فخطّ ا ب جـ ينطبق على خطّ ا ح هـ ويصيران خطًّا واحدًا، ويصير السطح كلُّه مساويًا للسطح ‹كلّه›. فخطّ ا ح هـ هو قَطْع مُكافِئ مساوٍ لقَطْع ا ب جـ وسهمه ا د؛ وذَلِكَ ما أردنا أن نبيّن.

‹٣› كل سطح مُقَعَّرَ تقعيرَ المُجَسَّم المُكافِئ يُفصلُ من طرف سهمه مِثْلُ ربع الضلع القائم للقَطْع الذي أحْدَثَهُ، فإنّ كلّ خطٍّ يخرج موازيًا لسهمه وينتهي إلى السطح المُقَعَّرَ وينعكس إلى تِلْكَ النُقْطَة، فإنّه يحيط مع الخطِّ المماس للسطح المُقَعَّرَ، الذي هو الفصل المشترك بين سطح الخطّ المنعكس وبين السطح المستوي المماسّ للسطح المُقَعَّرَ بزاوِيَتين متساويتين. مثال ذَلِكَ: سطح مُقَعَّرَ تقعيرَ المجسّمِ المُكافِئ، رأسه نُقْطَة

[١] الذي أحدث السطح المقعّر: ص [ف]. [٣] فأُحدث سطحٌ من ظاهره: فأحدث من ظاهره سطحا [س]. [٦] الخارج القَطْع المُكافِئ: المقعر [س]. [٧] وكان: فكان [س]. [١٠] انطبق ... على خطّ د هـ: ص [ف]. [١١] لأنّهما متساويان: ص [ف]. [١٣] سطح (الأوّل): قطع. [٢١] وينعكس: وينعطف [س]. [٢٢] المنعكس: المنعطف [س]. [٢٢] المستوي: ص [ف]. [٢٣] المجسّمِ: الجسم [ف].

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

sa base est le cercle CGE, son axe AD. On sépare de son axe une droite AH égale au quart du côté droit de la surface qui l'a engendrée et on mène la droite IB parallèlement à l'axe, | qui se réfléchit au point H. Je dis que les droites IB, BH entourent avec la droite tangente à la surface concave menée dans leur plan, deux angles égaux (figure 5). F 94v

Démonstration. Les droites IB et DA sont parallèles, elles sont donc dans un même plan, la droite BH les joint, elle est donc dans leur plan et les deux droites BH, AD se coupent ; elles sont donc dans un même plan, qui est le plan des deux droites parallèles ; donc les droites IB, BH, AD sont dans un même plan. Prolongeons le plan BIDA jusqu'à ce qu'il coupe la surface concave et le plan qui lui est tangent au point B, alors il y engendre une parabole égale à la section qui a engendré cette surface, et son axe est cet axe, comme nous l'avons montré dans la proposition précédente ; que cette section soit la section ABG ; ce plan engendre aussi dans le plan tangent à la surface une droite ; soit la droite KBL. La droite KBL est donc tangente | à la surface concave, car elle la rencontre en un point seulement. De même elle est aussi tangente à la section, car elle la rencontre en un seul point. Puisque la droite KBL est tangente à la section et que la droite AH est le quart de son côté droit, que la droite IB est parallèle à la droite AD et se réfléchit vers le point H, alors les droites IB, BH entourent avec KBL deux angles égaux ; on le montre comme on l'a montré précédemment. Les deux droites IB, BH entourent donc avec la droite tangente à la surface concave, qui est l'intersection du plan des deux droites IB, BH et du plan tangent à la surface concave, deux angles égaux. On montre de même, comme on a montré précédemment, que, pour toute droite menée parallèlement à l'axe, qui aboutit à la surface concave et qui se réfléchit vers le point H, son état sera ainsi. Ce qu'il fallait démontrer. L 20r

‹4› Pour toute surface réfléchissante, concave, à concavité paraboloïdale, qui fait face au corps du soleil pour que l'axe de la surface soit dans la direction du corps du soleil, il émane du | corps du soleil vers toute la surface des rayons qui se réfléchissent tous en un seul point de son axe, point dont la distance au sommet de la surface est de la grandeur du quart du côté droit de la section qui a engendré cette surface [3]. F 95r

[3] Dans le texte : cette section.

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

ا، وقاعدته دائرة جـ ﻫ ز، وسهمه ا د، وفُصِلَ من سهمه خطٌّ ا ح مِثْل ربع الضلع القائم للسطح الذي أحدثه، وخرج خطّ ط ب موازيًا للسهم | [ف ٩٤ظ] وانعكس إلى نُقْطَة ح، فأقول: إنّ خطّي ط ب ب ح يحيطان مع الخطِّ المماسّ للسطح المُقَعَّرَ الذي يخرج في سطحهما بزاوِيَتين متساويتين.

‹شكل ٥.›

برهان ذَلِكَ: أنّ خطّي ط ب د ا متوازيان، فهما في سطحٍ واحد، وخطّ ب ح واصلٌ بينهما، فهو في سطحهما، وخطّي ب ح ا د يتقاطعان فهما في سطحٍ واحد وهو سطح الخطّين المتوازيين، فخطوط ط ب ب ح ا د في سطحٍ واحد. فَنُخرُج سطحَ ب ط د ا حتّى يقطعَ السطحَ المقعَرَ والسطحَ المستوي المماسّ له على نُقْطَة ب، فهو يُحدِثُ فيه قَطْعًا مُكافِئًا مساويًا للقَطْع الذي أحدثه وسهمُه ذَلِكَ السهمُ، كما بيّنا في الشكل الذي قبل هذا؛ فليكن ذلك القَطْع قَطْع ا ب ز ويحدث أيضًا في السطح المستوي المماسِّ له خطّ مستقيم، فليكن خطّ ك ب ل، فخط ك ب ل يماسّ السطح المُقَعَّرَ لأنّه يلقاه على نُقْطَةٍ واحدة فقط، وكذَلِكَ أيضًا هو يماسّ | [ل ٢٠و] القَطْع لأنه يلقاه على نُقْطَة واحدة، ولأنّ خطَّ ك ب ل يماسّ القَطْعَ، وخطَّ ا ح ربعُ ضلعه القائم، وخطّ ط ب موازٍ لخطِّ ا د، وقد انعكس إلى نُقْطَة ح، يكون خطّا ‹ط ب ب ح› يحيطان مع خط ك ب ل بزاوِيَتين متساويتين. ويتبيّن كما تبيّن فيما تقدّم. فخطّا ط ب ب ح يحيطان مع الخط المماس للسطح المُقَعَّرَ الذي هو الفصل المشترك بين سطح خطَّي ط ب ب ح، والسطح المماس للسطح المُقَعَّرَ بزاوِيَتين متساويتين. وكذَلِكَ نبيّن كما تبيّن فيما تقدّم أنّ كلّ خطّ يخرج موازيًا للسهم وينتهي إلى السطح المُقَعَّرَ ينعكس إلى نُقْطَة ح تكون هذه حاله؛ وذَلِكَ ما أردنا أن نبيّن.

‹٤› كلُّ سطحِ مرآةٍ مقعرٍ تقعيرَ المُجَسَّم المُكافِئ يُقابل به جرمُ الشمس حتّى يكونَ سهمُه مُسامِتًا لجرمها، فإنّه يخرجُ من | [ف ٩٥و] جرمِ الشمسِ إلى جميع بسيطه شعاعاتٌ تَنْعَكِسُ كلُّها الى نُقْطَةٍ واحدةٍ على سهمه يكون بعدها من رأس السطح بمقدار ربع الضلع القائم للقَطْع الذي أحدث ذَلِكَ القَطْع.

[١] جـ ﻫ ز: جـ ز ﻫ [س]. [١] وفُصِلَ: ويفصل [س]. [٢] للسطح: ص [ف]. [٦–٧] وخطّ ... في سطحهما: ص [س]. [٧–٨] وخطّي ... المتوازيين: ص [س]. [٨] فخطوط ... واحد: ص [س]. [١٦] ويتبيّن: ص [ف].

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

Exemple. Soit une surface réfléchissante concave, à concavité paraboloïdale, de sommet le point A, de base le cercle CEB, d'axe AD, et le point H dont la distance au point A est égale au quart du côté droit de la parabole qui a engendré cette surface. On la met face au soleil qui est comme le cercle I pour que, si on prolonge son axe AD, il aboutisse au point I qui est à l'intérieur du corps du soleil. Je dis qu'il émane du corps du soleil des rayons jusqu'à toute la surface intérieure de cette surface, qui se réfléchissent tous au point H (figure 6).

Démonstration. Les rayons qui émanent du corps du soleil jusqu'aux surfaces réfléchissantes se propagent suivant des lignes droites, ainsi le rayon qui émane du point I vers le point A se propage suivant la droite AI. Supposons sur la surface réfléchissante un point quelconque sur la circonférence de sa base, soit le point C, et imaginons une droite menée du point C parallèlement à la droite AI, comme la droite CK. Si on prolonge la droite CK, elle tombera alors sur le corps du soleil, car la largeur entre elle et la droite AI est une toute petite grandeur, sans commune mesure avec le corps du soleil, elle tombera donc toujours près du point I ; mais le point I est à l'intérieur du corps du soleil, elle tombera donc à l'intérieur du corps du soleil ; qu'elle tombe au point K. Supposons que le point K est à l'intérieur du soleil et que le rayon mené du point K au point C se propage suivant la droite KC. De même, de tout point sur la surface réfléchissante ‹intérieure› on peut mener une droite parallèle à l'axe ; cette droite aboutit alors en ‹un point du› corps du soleil et le rayon qui se propage de ce point au point de la surface réfléchissante se propage suivant cette droite. Il est donc clair que, du corps du soleil, se propagent des rayons vers toute la surface intérieure réfléchissante suivant des droites parallèles et parallèles à l'axe. Je dis qu'ils se réfléchissent tous vers le point H. Puisque la surface ACEB est une surface concave à concavité paraboloïdale, alors toutes | les droites parallèles à F 95v l'axe, si elles y aboutissent et se réfléchissent vers le point H, entourent chacune d'elles avec les droites menées dans leur plan et qui sont tangentes à la surface concave, des angles égaux, comme on l'a montré dans la proposition précédente. Quant aux droites menées sur les surfaces réfléchissantes et qui se réfléchissent suivant des angles égaux, formés par les droites tangentes aux surfaces réfléchissantes | qui L 20v

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

مثال ذَلِكَ: سطحٌ مرائيٌّ مُقَعَّرَ تقعيرَ المُجَسَّم المُكافِئِ رأسه نُقْطَة ا وقاعدته دائرة جـ هـ ب وسهمه ا د ونُقْطَة ح بعدها من نُقْطَة ا مِثْل ربع الضلع القائم للقطع المُكافِئِ الذي أحدث السطحَ، وقد قوبل به جرم الشمس وهي مِثْل دائرة ط حتى صار سهم ا د إذا خرج على استقامة انتهى إلى نُقْطَة ط الّتي هي في داخل جرم الشمس؛ فأقول إنّه يخرج من جميع جرم الشمس شعاعاتٌ إلى جميع بسيط هذا السطح، وتَنْعَكِس كلُّها إلى نُقْطَةِ ح.

‹شكل ٦.›

برهان ذَلِكَ: أنّ الشعاع الذي يخرج من جرم الشمس إلى السطوح المرائيَّةِ يخرج على خطوطٍ مستقيمة، فالشعاع الذي يخرج من نُقْطَة ط إلى نُقْطَة ا يخرج على خط ا ط. ونفرض على السطح المرائي نُقْطَة على محيط قاعدته كيفما اتفق ولتكن نُقْطَة جـ، ونتوهّم خطًّا خارجًا من نُقْطَة جـ موازيًا لخط ا ط مِثْل خط جـ ك، فخطّ جـ ك إذا خرج على استقامةٍ وقع على جرم الشمس لأنّ العرض الذي بينه وبين خطّ ا ط مقدارٌ يسيرٌ لا قدر له عند جرم الشمس فهو يقع أبدًا قريبا من نُقْطَة ط، ونُقْطَة ط في داخل جرم الشمس، فهو يقع داخل جرم الشمس، فليقع على نُقْطَة ك؛ ولنفرض نُقْطَة ك داخل الشمس، والشعاع الذي يخرج من نُقْطَة ك إلى نُقْطَة جـ يخرج على خط ك جـ. وكذَلِكَ كلُّ نُقْطَة على بسيط السطح المرائيّ يخرج منها خطٌّ موازٍ للسهم فإنّه ينتهي إلى جرم الشمس، ويكون الشعاع الذي يخرج من تلك النقطة في الشمس إلى النقطة التي في السطح المرائي يخرج على ذَلِكَ الخطّ. فقد تبين أنّه يخرج من جرم الشمس شعاعات إلى جميع بسيط السطح المرائيّ على خطوط متوازية ‹و›موازية للسهم؛ فأقول: إنّ جميعَها ينعكس إلى نُقْطَة ح. ولأنّ سطحَ ا جـ هـ ب سطحٌ مُقَعَّرَ تقعيرَ المجسّم المُكافِئِ يكون جميعُ | الخطوط الموازية لسهمه، إذا انتهت إليه وانعكست إلى نُقْطَة ح أحاط كلّ ف ٩٥ظ
واحد منها مع الخطوط المستقيمة الّتي تخرج على سطوحها مماسّةً للسطح المُقَعَّرَ بزوايا متساوية على ما تبيّن في الشكل الذي قبل هذا. والخطوط المستقيمة الّتي تخرج إلى السطوح المرائيَّةِ وتَنْعَكِس على زوايا متساوية من الخطوط المماسّة للسطوح المرائيّة | الّتي ل ٢٠ظ

٣ جرم: ص [س]. ٨ الشعاع: الشعاعات [س]. ٨ السطوح المرائيَّةِ: ص [س]. ١٣–١٤ ونُقْطَة ط في داخل جرم الشمس: ص [ف]، بعد «في» في العبارة السابقة كتب النساخ [س] «فهو يقع على جرم الشمس»، ويبدو انها عبارة زائدة. ١٥ والشعاع: فالشعاع [س]. ١٩ متوازية ‹و›: ص [س]. ٢٠ المجسّم: الجسم [ف]. ٢١–٢٢ أحاط كلّ واحد منها: أحاطت [س]. ٢٢ على: في [س]. ٢٣ الشكل: المقالة [ف]. ٢٤ وتَنْعَكِس: ونعكس [س].

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

sont dans les plans des droites réfléchies, les rayons qui se propagent suivant ces droites se réfléchissent également suivant ces droites. Les rayons qui se propagent à partir du corps du soleil suivant des droites parallèles à l'axe vers tout l'intérieur de la surface concave se réfléchissent également suivant des droites qui aboutissent au point H, comme nous l'avons montré dans l'introduction du livre. Ainsi on a montré que, du corps du soleil, se propagent vers tout l'intérieur de la surface réfléchissante des rayons suivant des droites parallèles à l'axe. Les rayons solaires qui se propagent vers tout l'intérieur de la surface réfléchissante concave, à concavité paraboloïdale, et qui sont parallèles à l'axe, se réfléchissent donc tous vers le point H, celui dont la distance au sommet de la surface est égale au quart du côté droit. Ce qu'il fallait démontrer.

‹5› Dès lors, étant donné qu'on a montré que les rayons qui se propagent du corps du soleil à la surface du miroir concave à concavité paraboloïdale et qui sont parallèles à l'axe, se réfléchissent tous vers un seul point, nous montrons maintenant comment façonner le miroir qui aura cette figure.

On prend une plaque en bon acier de la grandeur que nous voulons, qu'elle soit comme la plaque ABC. Nous déterminons sur elle une portion de parabole, quelle que soit cette section, soit la portion AEC. Que l'on coupe la plaque suivant la ligne AEC. Quant à la manière de déterminer la parabole ou les autres sections par la voie de l'instrument, elle a été mentionnée par un groupe de géomètres, même s'ils ne l'avaient pas déterminée selon sa vérité. | Nous avons montré dans un traité dans lequel nous exposons la détermination de toutes les sections par la voie de l'instrument comment déterminer une section à volonté, selon sa vérité, telle qu'aucune autre plus correcte qu'elle ne puisse être réalisée dans la matière – comme c'est le cas pour trouver le cercle par le compas, même si cela présente une difficulté supplémentaire – et suivant le diamètre que nous voulons. Je montre alors comment déterminer cela sur la surface que nous voulons et telle que l'angle de l'ordonnée de cette section soit un angle à volonté et que son côté droit soit une droite à volonté, et une portion de la section à volonté, qu'elle soit du côté du sommet ou en son milieu si nous préférons, de sorte que la distance à son sommet soit une distance à volonté. Par cela, comment déterminer la parabole dans la plaque devient évident. Sans la crainte que ce livre s'allonge et que s'y mêle ce qui ne lui appartient pas, nous l'aurions exposé dans ce lieu ; mais nous l'avons exposé dans le lieu qui lui convient,

F 96r

تكون في سطوح الخطوط المنعكسة تكون الشعاعات الّتي تخرج على تِلْكَ الخطوط تنعكس أيضًا على تِلْكَ الخطوط، فالشعاعات التي تخرج من جرم الشمس على الخطوط الموازية للسهم إلى جميع البسيط للسطح المُقَعَّرَ تَنْعَكِس أيضًا على تِلْكَ الخطوط الّتي تنتهي إلى نُقْطَة ح، كما ذكرنا في صدر الكتاب.

فقد تبيّن أنّه يخرج من جرم الشمس إلى جميع بسيط السطح المرائيّ شعاعاتٌ على خطوط موازية للسهم. والشعاعات الشمسية الّتي تخرج إلى جميع بسيط السطح المرائي المُقَعَّرَ تقعير المُجَسَّم المُكافِئ، الّتي تكون موازية للسهم، فإنها كلّها تَنْعَكِس إلى نُقْطَة ح وهي الّتي بعدها من رأس السطح مِثْل ربع الضلع القائم؛ وذَلِكَ ما أردنا أن نبيّن.

‹٥› وإذ قد تبيّن أنّ الشعاعاتِ الّتي تخرجُ مِنْ جرم الشمس إلى جميعِ سطْحِ المِرْآة المُقَعَّرَةِ تقعيرَ المُجَسَّم المُكافِئ، الّتي تكون موازية للسهم، تَنْعَكِس كلّها إلى نُقْطَةٍ واحدةٍ، فإنّا نبيّن الآن كيف نتّخذُ المرآةَ الّتي تكونُ على هذا الشكل.

فنتّخذ صَفيحَة من فولاذٍ جيّدٍ على أيِّ قدرٍ أردنا، ولتكن مِثْلَ صَفيحَة ا ب ج، ونَسْتَخْرِج فيها قِطْعَة من قَطْعٍ مُكافِئ، أيِّ قَطْعٍ كان، وليكن قَطْعَ ا ه ج، ولنقطع الصَفيحَة على خطٍّ ا ه ج.

أمّا كيف يُسْتَخرَجُ القَطْعُ المُكافِئُ وغيرُه من القُطوعِ بطريق الآلةِ، فَقَدْ ذَكَرَهُ جماعةٌ من المهندسين، وإنْ كانوا لم يستخرجوه على حقيقتِهِ | وأنّا أبيّن في مقالةٍ، أذكر فيها ف ٩٦و استخراجَ جميعِ القُطوعِ بطريقِ الآلة. كيف نَسْتَخْرِجُ أيَّ قَطْعٍ شِئْنا على حقيقتِهِ الّتي لا يُمْكِنُ أن يُخرج إلى المادَّةِ أصَحُّ منها، كوجودِ الدائرة بالبركار، وإن كان ذَلِكَ بفَضل مشقه وعلى أيّ قطر أردنا، فَأُبَيِّنُ كيفَ نَسْتَخْرِجُ ذلك على أيِّ بسيطٍ أردْنا، وعلى أنْ تكونَ زاوِيَةُ ترتيبه أيَّ زاوِيَة شئنا، وضلعُه القائم أيَّ خطٍّ شئنا وأيَّ قِطْعَة شئنا من القَطْعِ، إن أحْبَبْنا مِمّا يلي رأسَهُ، وإن أحْبَبْنا من وسَطِهِ، ويكون بُعدُها من رأسِهِ أيَّ بُعْدٍ شئنا. فَيَظْهَرُ بذَلِكَ كيفَ نَسْتَخْرِجُ في الصَفيحَة القطعَ المُكافِئ. ولولا أن يطولَ الكتابُ ويختلطَ به ما ليْسَ مِنْهُ لَذَكَّرْتُ بذَلِكَ في هذا المَوْضِعِ، ولكنّي أُذَكِّرَهُ في مَوْضِعِهِ الأليق به إنْ شاءَ

٢–٣ تنعكس ... الموازية للسهم: ص [ف]. ٤ كما ذكرنا ... الكتاب: ص [س]. ٥ فقد: وقد [س]. ٥ شعاعاتٌ: شعاع [س]. ٦ الشمسية: ص [س]. ١٢ من: ص [ف]. ١٣ ولنقطع: ونقطع [ف]. ١٦ وأنّا أبيّن: وقد بينا نحن [س]. ١٦ أذكر: نذكر [س]. ١٧ كيف: ص [ف]. ١٩ فَأُبَيِّنُ كيفَ ... ذلك: ص [س]. ١٩ بسيطٍ: قعرا [س]. ١٩–٢٠ وعلى أنْ تكونَ: ويكون [س]. ٢٣ لَذَكَّرْتُ: لذكرنا [س]. ٢٣ ولكنّي أُذَكِّرَهُ: ولكننا ذكرنا [س]. ٢٣ الأليق به: ص [ف].

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

si Dieu le veut (figure 7).

Nous déterminons donc sur la plaque ABCD une portion de parabole, soit la portion AEC. Nous coupons la plaque suivant celle-ci et nous limons son bord afin qu'elle puisse racler tout ce qui passe sur elle. Nous prenons également une autre plaque en acier qui a une faible épaisseur et nous la coupons suivant la même section et nous gravons dans son épaisseur une lime afin qu'elle lime le fer. Nous prenons ensuite un miroir en acier concave, d'une concavité quelconque, tel que sa grandeur soit une grandeur quelconque proche de ce que nous voulons. Si la portion de la section que nous avons déterminée, du côté du sommet de la section, est comme la portion AECB, nous façonnons ce miroir sous la forme d'un demi-œuf (figure 8). Si la portion de la section que nous avons déterminée appartient au milieu de la section, comme la portion AEHB, nous faisons le miroir sons la forme d'un anneau (figure 10). Nous appuyons ensuite par cette lime sur la concavité du miroir ; elle le lime jusqu'à ce que cette lime soit en contact avec toute la surface du miroir. Si nous terminons cela, nous montons le miroir sur un instrument appelé *alšar*, soit sur le centre du cercle de sa base, soit sur son sommet s'il est de la forme d'un œuf, ou sur le centre de l'autre cercle, si c'est un anneau. Nous appuyons cette plaque à bord affûté sur la concavité du miroir et nous le limons comme liment les instruments jusqu'à ce que cet instrument soit en contact avec toute la surface du miroir, et enlève tout ce qu'il comporte de rugueux et devienne le plus lisse possible ; si on fait cela, alors sa surface sera la surface du paraboloïde, ce qui est la figure que nous cherchons. | Elle sera ensuite polie et utilisée, voici sa F 96^{v}
figure. Ceci est l'ensemble des propos pour la construction des miroirs concaves qui sont suivant la figure du paraboloïde. | L 21^{r}

Comment alors construire un miroir concave ardent suivant cette figure tel que son embrasement soit à une distance donnée, quelle que soit cette distance, la distance n'existant qu'à partir de l'axe ? Si nous voulons que le miroir soit d'un figure ovoïdale, nous supposons une plaque en acier comme ABCD, nous traçons sur elle une droite égale à CD et nous imaginons la distance cherchée égale à CD ; nous déterminons dans la plaque une portion de parabole, du côté de son sommet, comme la portion AEC, afin que son sommet soit le point C, son axe CD et son côté droit quatre fois CD.

اللهُ.

‹شكل ٧.›

فنَسْتَخْرِجْ في صَفيحَة ا ب جـ د قِطْعَةً من القَطْعِ المُكافِئ، ولتكن قِطْعَةَ ا هـ جـ، وَنَقْطَعُ الصَفيحَةَ عليها. ثمّ نَحدُّ شفرتَها حتّى تكونَ بحيثُ تَنْحَتُ كُلَّ ما تَمُرُّ عليه ونتّخذُ أيُضًا صَفيحَةً أُخْرَى مِنَ الفولاذِ لها سُمْكٌ يَسيرٌ ونقطعها على ذَلِكَ القَطْعِ بِعَيْنِهِ، وننقشُ على سُمْكِها مَبْرَدًا يبردُ الحديدَ، ثمّ نَتّخِذُ مِرآةً من الفولاذ مُقَعَّرَةً أيَّ تقعيرٍ كانَ، يكون قدرها أيّ قدر كان بعد أن يكون قريبًا ممّا نريده. فإنْ كانَتِ القِطْعَةُ الّتي استَخْرَجْناها مِنَ القَطْعِ مِمّا يلي رأسَ القَطْعِ، مِثْل قِطْعَةِ ا هـ جـ ب، جَعَلْنا تِلْكَ المرآة على شكل نصف البيضة.

‹شكل ٨.›

وإن كانت القِطْعَة الّتي استخرجناها من القَطْع من وسطه، مِثْل قِطْعَة ا هـ ح ب جعلنا المرآة على شكل الحلقة، ثم نعتمد بذَلِكَ المبرد على تقعير المرآة، فيبرده إلى أن يلقى ذَلِكَ المبردجميع سطح المرآة، فإذا فرغنا من ذَلِكَ، ركبنا المرآة في الآلة المسمّاة الشهر على مركز دائرة قاعدتها أو على رأسها إن كانت بيضة او مركز الدائرة الاخرى إن كانت حلقة. ونعتمد في تِلْكَ الصَفيحَة الحادّة الشفرة على تقعير المرآة ونخرطها كما تخرط الآلات إلى أن تلقى تِلْكَ الآلة جميع المرآة، وتجرد جميع ما فيها من الخشونة، وتصير أملس ما يمكن. فإذا فعل ذَلِكَ فإنّه يصير سطحها سطح المُجَسَّم المُكافِئ، وهو | ف ٩٦ظ
الشكل الذي قصدناه، ثمّ تُجلى وتُستعملُ، وهذه صورتها

‹شكل ٩.›

هذه جُمْلَةُ القَوْلِ في عَمَلِ المِرْآةِ المُقَعَّرَة التي على شكل المُجَسَّم المُكافِئ. | ل ٢١و

وأمّا كيف نعمل مرآة مُقَعَّرَة محرقة على هذا الشكل، يكون إحراقها على بُعد معلوم أيّ بُعد شئنا. والبعد إنّما يوجد من السهم. فإن أردنا أن تكون المرآة على شكل البيضة، نفرض صَفيحَة فولاذ مِثْل ا ب جـ د، ونخطّ فيها خطًّا مستقيمًا مِثْل د جـ، ونتوهّم البعد المطلوب مِثْل جـ د، ونَسْتَخْرِج في الصَفيحَة قِطْعَة من القَطْعِ المُكافِئ ممّا يلي رأسه مِثْل قَطْع ا هـ جـ حتى تكون رأسه نُقْطَة جـ وسهمه جـ د وضلعه القائم أربعة أضعاف جـ د.

[٤] وَنَقْطَعُ: وتقطيع [ف]. [٥] ونقطعها: وتقطيعها [ف]. [٧] يكون قدرها ... كان: ص [ف]. [٧] كان: ص [س]. [٨] المرآة: المرايا [س]. [٩] نصف: ص [ف]. [١٥] في تِلْكَ: بذلك [س]. [١٥] ونخرطها: ونخرط [ف]. [٢١] على هذا الشكل: ص [ف].

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press

Nous avons dit que nous allons exposer comment trouver cela en son lieu de la construction des sections. Si nous déterminons dans la plaque la section AEC selon cette figure, alors sur cette plaque la droite DC sera le quart du côté droit. Or on a montré que le miroir façonné à partir de la section AEC réfléchit tous les rayons qui tombent sur lui vers le point D, et la distance du point D au miroir est la distance supposée. Le miroir ovoïdal façonné à partir de la section AEC aura son embrasement au point D dont la distance au miroir est la distance supposée.

Nous façonnons à partir de la portion AEC un miroir ovoïdal, par la construction que nous avons mentionnée précédemment. Son embrasement sera alors suivant la distance cherchée.

Et ceci est sa figure | (figure 9). F 97r

Si nous voulons que le miroir soit sous la forme d'un anneau, nous supposons la plaque comme ABCD et nous y traçons une droite comme la droite BC et nous supposons une droite quelconque comme H et nous l'ajoutons à la distance à laquelle nous voulons que l'embrasement ait lieu. Nous déterminons dans la plaque une portion de parabole appartenant à son milieu et telle que son axe soit BC, son côté droit quatre fois H et que la distance de la portion à partir du sommet de la section soit égale à la droite somme de la distance donnée et de la droite H.

Si nous déterminons dans la plaque une portion de la parabole ayant cette propriété comme la portion AE, nous imaginons la surface AC prolongée au-delà de CH et nous imaginons la droite BC prolongée dans le plan et coupant AE également à l'extérieur. Que ‹la parabole› rencontre son axe au point G. Imaginons GI égale à H, puisque la section AEG est une parabole dont l'axe est BG et le côté droit quatre fois IG, qui est égale à H ; alors GI est le quart du côté droit. Tous les rayons qui tombent sur le miroir façonné à partir d'une portion quelconque de la section AEG se réfléchissent vers le point I. Mais, puisque nous avons supposé la distance de la portion AE au sommet de la section égale à la distance donnée plus la droite H, alors la droite BG sera égale à la distance donnée plus la droite H ; IG est égale à H, il reste IB égale à la distance supposée. Le miroir façonné à partir de la portion AE qui est selon la figure d'un anneau aura son embrasement au point I dont la distance au miroir est la distance supposée.

وقد قلنا إنّا سنذكر كيف يكون وجود ذَلِكَ في موضعه من عمل القطوع. فإذا استخرجنا في الصَفيحَة قَطْع ا ه جـ على هذه الصورة، كان خط د جـ ربع الضلع القائم. وقد تبيّن أن المرآة الّتي نتّخذ من قَطْع ا ه جـ تَنْعَكِس جميع الشعاعات الّتي تقع عليها إلى نُقْطَة د، وبُعد نُقْطَة د من المرآة هو البُعد المفروض، فالمرآة البيضية المُتّخذة من قَطْع ا ه جـ يكون إحراقها على نُقْطَة د الّتي بُعدها من المرآة البُعد المفروض. فنتّخذ من قِطْعَة ا ه جـ مرآة على شكل البيضة بالعمل الذي تقدّم ذكره، فإنّ إحراقها على البعد المطلوب.

‹شكل ١٠.›

وهذه صورة ذَلِكَ | ف ٩٧و

وإذا أردنا أن تكون المرآة على شكل الحلقة، فرضنا صَفيحَة مِثْل ا ب جـ د، وخططنا فيها خطّا مستقيمًا مِثْل خطّ ب جـ. وفرضنا خطًّا مستقيمًا كيفما اتّفق متل خط ح، وأضفناه إلى البُعد الذي نريد أن يكون عليه الإحراق، واستخرجنا في الصَفيحَة قِطْعَة من قَطْع مُكافِئ من وسطه يكون سهمه ب جـ، وضلعه القائم أربعة أضعاف خط ح، ويكون بُعد القِطْعَة من رأس القَطْع مِثْل الخط المجتمع من البُعد المفروض وخط ح. وسنبيّن كيف يكون ذَلِكَ أيضًا.

فإذا استخرجنا في الصَفيحَة قِطْعَة من قَطْع مكافئ على هذه الصفة، مِثْل قِطْعَة ا ه، توهّمنا سطح ا جـ خارجًا على استقامة ممّا يلي جـ ه، وتوهّمنا خط ب جـ خارجًا على استقامة في السطح، وقَطْع ا ه، أيضًا خارجًا، فليلق سهمه على نُقْطَة ز. ونتوهم ز ط مِثْل ح. فلأنّ قطع ا ه ز قَطْع مُكافِئ سهمه ب ز وضلعه القائم أربعة أضعاف ط ز، الذي هو مِثْل ح، يكون ز ط ربع الضلع القائم. فالمرآة الّتي تُتّخذ من أيّ قِطْعَة كانت من قَطْع ا ه ز تَنْعَكِس جميع الشعاعات الّتي تقع عليها إلى نُقْطَة ط. ولأنّ قِطْعَة ا ه فرضنا بعدها من رأس القَطْع مِثْل البُعد المفروض وخط ح فخطّ ب ز مساوٍ للبعد المفروض وخط ح وط ز مِثْل ح، فيبقى ب ط مِثْل البعد المفروض. فالمرآة المتّخذة من قِطْعَة ا ه، الّتي على شكل الحلقة، يكون إحراقها على نُقْطَة ط الّتي بُعدُها من المرآة البُعْدُ

١ قلنا: قدمنا [س]. ١ إنّا سنذكر: إنا قد بينا [س]. ٢ الصورة: الصفة [س]. ٥ من (الأوّل): ص [ف]. ٦ مرآة: ص [ف]. ٦ المطلوب: ص [س]. ٨ وهذه صورة ذَلِكَ: ص [س]. ١٠ مستقيمًا (الثاني): ص [ف]. ١١ عليه الإحراق: الإحراق عليه [س]. ١٣ خط (الثاني): ص [س]. ١٣–١٤ وسنبيّن … أيضًا: في [س] نجد مكانها «وقد بينا هذا المعنى في كتابنا في عمل القطوع». ١٥ مكافئ: ص [ف]. ١٦ توهّمنا سطح … ممّا يلي جـ ه: ص [س]. ٢١ فخطّ ب ز مساوٍ: يكون خط ب ز مثل [س].

Nous façonnons donc à partir de la portion AE un miroir sous la forme d'un anneau par le procédé que nous avons exposé précédemment ; son embrasement sera à la distance supposée | (figure 11). F 97v

Ce propos épuise toute la construction des miroirs ardents qui sont suivant cette figure et qui sont les miroirs qui ont le plus fort embrasement, car les rayons se réfléchissent de toute leur surface intérieure vers un seul point, et c'est cela notre but dans ce traité. Le traité est terminé grâce à Dieu et Son Assistance.

المفروض.

فنتّخذُ من قِطْعَةِ ا هـ مرآةً على شكل الحلقة بالعمل الذي قدّمنا ذكره، فإنّ إحراقها يكون على البعد المطلوب | فهذا القول يستوفي جميع عمل المرآة المحرقة الّتي تكون ف ٩٧ظ على هذا الشكل، وهي أقوى المرايا كلّها إحراقًا، لأنّ الشعاعات تَنْعَكِس من جميع ٥ بسيطها إلى نُقْطَة واحدة. وذلك ما قصدنا له في هذه المقالة.

‹شكل ١١.›

تمّت المقالة بحمد الله وعونه.

٥ وذلك ... المقالة: ص [ف].

https://doi.org/10.1017/S095742392200008X Published online by Cambridge University Press