Not all of the 1032 terms are distinct in form; in 160 cases the same arguments arise from more than one source, and these terms may be combined for evaluation. The number of terms in the radius vector is about the same as in the longitude, and the number of terms in the latitude is about half as great. Thus, about 2000 terms must be evaluated in order to obtain the position of Mars at one instant of time.

The crucial test of the theory is of course its agreement with observations, but observations of modern precision have been made only during the past two centuries, the standard error of a single observation varying between $0''\cdot5$ and $1''\cdot0$. Furthermore, the comparison of the new theory with observations would necessarily be contaminated by defects in Newcomb's theory of the Earth. Desiring to apply a more searching test than existing observations are capable of providing, I have compared the theory with a numerical step-by-step integration of the orbit of Mars, calculated for the years 1919 to 1954 by Dr Paul Herget with the Naval Ordnance Research Calculator. The comparison was made at intervals of 80 days. After removal of an elliptic correction arising from small differences in the constants of the orbit, which amounted to permitting four degrees of freedom in the longitude, none in the radius, and two in the latitude, the standard deviation of a difference in longitude is $0''\cdot02$, the largest being $0''\cdot04$. The discrepancies in radius vector are of the same order of magnitude, and those in latitude somewhat smaller. Thus, there is some ground for belief that the theory will be practically useful for some centuries to come.

I have commenced a new general theory of the motion of the Earth. The first-order portion is now complete, the perturbations having a precision of $0''\cdot00001$. The results agree well with those of Leverrier and Newcomb, my own having, however, two additional significant figures. The interesting portions of the theory will therefore be the higher-order portions, neglected by previous authors.

6. NECESSITE D'UNE NOUVELLE THEORIE DES QUATRE GROS SATELLITES DU JUPITER

J. Kovalevsky

Le problème du mouvement des quatre gros satellites de Jupiter est un des problèmes les plus difficiles qui se posent dans le cadre de l'interprétation, à l'aide de la théorie de la gravitation du mouvement des corps du Systéme Solaire. Etant donné que ce sont, parmi les satellites autres que la Lune, ceux qui sont les plus accessibles aux observations, il est naturel que les grandes éphémérides leur consacrent une partie importante de la place réservée aux satellites, en particulier pour la prédiction des configurations, des éclipses, des occultations et des passages. Il est probable que, dans un proche avenir, des éphémérides très précises soint demandées pour ces corps. Or la théorie est actuellement loin de pouvoir satisfaire à de telles exigences.

Dans le passe, très peu de théories de ces corps ont été développées et encore moins ont été achevées au point de donner lieu à des Tables qui permettent le calcul d'éphémérides. En fait, depuis Laplace, seuls Damoiseau et Sampson ont fait le travail complet, tandis que Delambre, Souillart et de Sitter ont fait une théorie incomplète ou inachevée.

La raison de cette carence ne reside pas dans le fait que les théories existantes seraient satisfaisantes. Elle sont loin de l'être. La raison réside bien dans la difficilté et la complexité du problème. Une thèorie complète des quatre satellites entraine, par exemple, la détermination de 31 constantes: les 24 constantes d'integration pour les satellites, leurs quatre masses et trois paramètres déterminant le bourrelet équatorial de Jupiter en grandeur et en position. Même si ces dernières quantités sont déduites du mouvement au Ve satellite, ce qui parait la méthode la plus sûre, il reste encore 28 constantes arbitraires à déterminer et ceci situe bien la difficulté de problème.

La théorie de Sampson, qui sert de base aux calculs d'éphémérides, prévoit à l'heure actuelle les phénomenes avec des erreurs de l'ordre de la minute ou même de plusieurs dans certains cas. Ceci est en soi-même une indication suffisante sur la nécessité de refaire une théorie. Le tableau suivant présente une des raisons de cette différence: si on compare les masses obtenues par Delambre et appliquées par Damoiseau, puis celles obtenues par Sampson et celles, enfin, obtenues par de Sitter, on a

No. du Satellite	*Delambre*	*Sampson*	*de Sitter*
I	1700	4497	3796
II	2300	2536	2477
III	8800	7988	8201
IV	4248	4504	4523

(unité: 10^{-8} de la masse de Jupiter)

On peut donc, sans supposer que les masses données par de Sitter sont parfaites, en considérant que la différence de Sitter moins Sampson donne l'ordre de grandeur de l'incertitude des masses actuellement employées, affirmer que la masse du premier satellite n'est connue qu'à 20% près et celle des autres à quelques pour cents près. Ceci veut dire que les perturbations du premier ordre d'un des satellites sur les autres ne sont connues qu'avec cette précision ou, plus exactement, l'interprétation des perturbations effectivement observées n'est exacte que dans ces proportions. La théorie elle-même, represente les observations sur lesquelles elle est basée bien mieux, mais c'est obtenu en forçant la théorie erronée à satisfaire les observations par un choix adéquat des constantes d'intégration, ce qui est possible parce que les observations sont peu nombreuses et que certaines perturbations, sont difficilement séparables des autres et telle ou telle inégalité peut avoir plusieurs interprétations. Mais cette erreur apparait dans les prévisions à longue échèance lorsque la separation des termes a eu le temps de se faire, et peut expliquer de gros écarts.

On peut donc affirmer que la théorie de Sampson est insuffisante et doit être remplacée. Le problème se pose de savoir s'il faut terminer le travail de de Sitter ou en entreprendre un nouveau. Pour répondre à cette question, voyons les grandes lignes des resultats d'une théorie.

On sait que le phénomène principal est la résonnance entre les trois premières satellites, dont les longitudes moyennes obéissent à la relation.

$$\lambda_1 - 3\lambda_2 + 2\lambda_3 - 180^\circ = 0 \tag{1}$$

de façon très rigoureuse, aux erreurs d'observation près (10^{-8}). On peut poser en fait cette relation comme une donnée d'observation et avoir ainsi deux relations entre les constantes d'intégration. Pratiquement on pose

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= (4 - \kappa)\tau \\ \lambda_2 &= (2 - \kappa)\tau + 180^\circ \\ \lambda_3 &= (1 - \kappa)\tau \\ \text{avec } \kappa &= (n_2 - n_3) \end{aligned}$$

n_2 et n_3 etant les moyens mouvements des satellites II et III. Avec ces notations, les termes qui entrent dans la théorie sont de quatre types.

1. Les termes à courte période comprenant les equations du centre, en $(\lambda_j - \varpi_j)$ les grandes inégalités, provenant des pérturbations à courte periode (proportionnelle à τ) et d'autres perturbations. Une grande difficulté provient du fait que les grandes inégalités sont plus

https://doi.org/10.1017/S0251107X0002321X Published online by Cambridge University Press

importantes que les équations du centre. En d'autres termes, ce qui est, dans la méthode des variations des constantes, une perturbation du premier ordre est plus grand que les inégalités du mouvement elliptique non perturbé. Ceci est du au fait que les excentricités moyennes sont très faibles.

La difficulté introduite par ce fait a été la raison de l'échec de Souillart. Sampson a essayé de la surmonter par l'introduction d'une equation du centre induite, comptée à partie du périjove de l'astre perturbateur et traitée néanmoins comme une équation du centre ordinaire. de Sitter introduit une orbite periodique de deuxième espèce de Poincaré comme orbite intermédiaire tenant compte de ces termes.

2. Les termes de période moyenne, de un à deux ans en $\kappa\tau$

3. La libration autour de la position de résonnance. En fait elle a une très faible amplitude et une période trés mal determinée de l'ordre de 6 ans. Cependant elle est très sensible à une erreur sur les masses.

4. Les termes à longue periode, d'origine solaire ou provenant des mouvements des pèrijoves ou des noeuds.

Les termes du 2ᵉ et 3ᵉ type proviennent des quasi-doubles résonnances et de triple le résonnance. Les autres sont similaires à ceux des théories des planètes qui ont cependant aussi des termes du 2ᵉ type comme par exemple la grande inégalité de Jupiter et de Saturne. Cependant alors que pour les planètes extérièures, par examples nous avons 200 années d'observations, si nous comparons ces problèmes en réduisant l'unité de temps à la période de révolution du satellite le plus proche, nous trouvons que les observations que nous désirons satisfaire sont l'équivalent de millions d'années d'observations de ces planètes. Une théorie du type planétaire, qui admet un développement en série de Taylor des termes du 4ᵉ type est impossible ici. Donc, en fait, nous devons ici construire une théorie planetaire générale, ce qui n'a encore été jamais fait pour une planète.

Le traitement de de Sitter consiste d'abord à étudier l'orbite periodique intermèdiaire que nous avons citée, puis en calculer les perturbations, en introduisant les 7 autres arguments angulaires que se presentent dans le problème plan. Le calcul des termes à longue période est aussi rejeté à la fin alors qu'ils sont très importants pour les éphémérides. C'est en fait un procédé tout à fait analogue à celui de Hill-Brown pour la Lune.

Toutefois, on peut se demander si une procédure inverse ne serait pas souhaitable: éliminer les termes à courte période qui sont lourds et génants, pour concentrer les efforts sur les termes à longue, puis à moyenne période qui fourrissent l'aspect général du mouvement. Une telle méthode existe c'est celle de von Zeipel qui a été appliquée avec un grand succés à la théorie, bien plus simple certes, des satellites artificiels par Brouwer, et qui est maintenant appliquée à la Lune. Une telle procédure serait certainement plus fructueuse que celle de de Sitter et devrait être préferée à la reprise du travail inachevé de ce dernier.

Il m'est très agrèable de signaler que Marsden, à Yale, a entrepris une telle recherche par cette mèthode. C'est un travail qu'il faut encourager. Nous avons montré les difficultés de la théorie. Elles demeurent même dans cette méthode ou il faudra éliminer successivement un très grand nombre d'arguments. Néanmoins, si même seulement l'efficacité de cette méthode pouvait être montrée, ce serait un grand pas de fait dans la résolution de ce problème. En tous cas la possibilité d'appliquer le calcul électronique à ce problème est un atout considérable qui manquait à nos prédécesseurs. Mais ce n'est pas tout, et on devra au préalable prendre un certain nombre de décisions sur la manière d'envisager la méthode. En particulier, il me semble que la réussite ou l'insuccès de cette entreprise dépendre essentiellement du choix du système de variables canoniques. Vu la petitesse des excentricités, il est possible que les variables de

Delaunay soient mauvaises et qu'il faudra s'orienter vers les variables de Poincaré au un système du même type. Un autre facteur du succès réside dans la manière dont les observations seront interprétées. Il est trés dangereux d'essayer d'interprèter sèparément les diverses inégalités fournies par les observations et séparées par des méthodes parfois peu rigoureuses. Il faudra, dans la mesure du possible, traiter la solution en bloc et déterminer en bloc toutes les inconnues, procédure qui est maintenant rendue possible par les grands calculateurs électroniques.

Enfin, je voudrais dire quelques mots des observations dont dispose le théoricien. Ce sont principalement:

(*a*) Le catalogue d'eclipses d'Ashbrook, commençant en 1668, mais assez pauvre en observations modernes qui sont insuffisamment nombreuses.

(*b*) La série photométrique de Harvard (1878–1903) sur laquelle est essentiellement basée la théorie de Sampson.

(*c*) Des données heliometriques et photographiques de la fin du siècle dernier.

(*d*) D'autres observations épases, se terminant presque toutes vers 1930.

Il y a donc un manque facheux d'observations modernes, qui seraient pourtant indispensables pour mieux avoir la théorie dans le proche avenir. L'Observatoire de Yale envisage de commencer une série d'observations. Il serait désirable et urgent que d'autres observatoires consacrent une partie de leurs moyens à ce problème.

8. SOME REMARKS ON THE FURTHER IMPROVEMENT, BY CONVENTIONAL AND NEW METHODS, OF ASTRONOMICAL CONSTANTS INVOLVED IN EPHEMERIS COMPUTATION

Eugene K. Rabe

Astronomers have been reluctant to change the values adopted for the planetary masses and other constants involved in the preparation of ephemerides. Such changes would destroy the homogeneity of the theories or numerical integrations and would complicate the task of subsequent improvements of the orbital elements and various constants. Also the inner accuracy of the theories of most major planets has proved to be rather limited, so that premature revisions of the planetary masses and other constants alone would not be sufficient to provide us with more precise ephemerides.

As soon as more precise theories or numerical integrations have been adopted, however, the situation is a quite different one. We then have, as in the cases of the 5 outer planets, orbital trajectories of very high internal accuracy, and in order to produce an ephemeris in the best possible agreement with observations, we may have to introduce more precise values of the planetary masses and related constants. A very good illustration of such a changed situation is the recent discovery by Krotkov and Dicke (1) of periodic oscillations of the order of $0''\cdot25$ in the longitude of Jupiter, and their subsequent removal by Clemence (2) by means of an improved mass of Saturn. Obviously the situation will be similar for the inner planets, when more precise theories become available. For Mars, Clemence's new theory should very soon establish this changed situation. Then a better theory of the Earth's motion will be urgently required, too, since the computation of any geocentric ephemeris involves the orbit of the Earth-Moon system and the lunar equation.

In addition to the needs of astronomers, the space age is making new demands on the ephemerides of the major celestial bodies, too, as far as the accuracy of the predicted positions is concerned. The needs of astronautics have also added a new 'dimension', because for space probes the conversion of distances from astronomical into terrestrial units and *vice versa* is as