that some structure in that system becomes the proposition in question. Decision on the first and third points rests on considerations transcending the abstract system. Hence, it would seem impossible to adjudicate the case of the Law of Excluded Middle, or of any other challenged principle of logic, by the construction of abstract systems.

Besides his contributing the new set of postulates referred to above, Professor Frink has done a genuine service in presenting and comparing in a clear and instructive manner these new algebras. EVERETT J. NELSON

GR. C. MOISIL. *Sur le syllogisme hypothétique dans la logique intuitioniste.* ***Journal de mathématiques pures et appliquées,*** ser. 9 vol. 17 (1938), pp. 197–202.

The author gives formal proofs within the Heyting propositional calculus (385*2*) of

$$\neg\neg p \wedge \neg\neg(p \supset q) \supset \neg\neg q \quad \text{and} \quad \neg\neg(p \supset q) \wedge \neg\neg(q \supset r) \supset \neg\neg(p \supset r).$$

Intepreting double negation as expressing possibility, he regards these (or the associated derived rules of inference) as two new forms of the hypothetical syllogism, "la forme problématique simple" and "la forme problématique complète."

The latter half of §4 contains a number of troublesome typographical errors, including an incorrect reference to Heyting. ALONZO CHURCH

JERZY KUCZYŃSKI. *O twierdzeniu Gödla* (Über den Satz von Gödel). Polnisch mit französischer Zusammenfassung. ***Kwartalnik filozoficzny,*** Bd. 14 (1938), S. 74–80.

Verf. behauptet, der Satz von Gödel über die Existenz unentscheidbarer Sätze sei bis jetzt nur im Gebiet der arithmetisierten Metamathematik bewiesen worden. Dieses rein arithmetische Ergebnis sei nicht interessant, erst seine metamathematische Interpretation hätte einen Wert. Verf. versucht also, eine Interpretation des Satzes von Gödel in einem formalen System "Meta I" der Metaarithmetik durchzuführen und, da er dabei auf einen Widerspruch gestoßen zu haben glaubt, kommt er zu dem Schluß, daß der Satz von Gödel nur eine Antinomie sei—freilich nicht in der Arithmetik selbst, wohl aber im System "Meta I." Den Widerspruch leitet aber Verf. aus einer falschen Voraussetzung ab: er hat nämlich übersehen, daß in der Gödelschen Abhandlung 418*3* nicht der Satz $(x)\,\overline{x\,B_\kappa\,(17\ \mathrm{Gen}\ r)}$ sondern der Satz $\mathrm{Wid}(\kappa) \rightarrow (x)\,\overline{x\,B_\kappa\,(17\ \mathrm{Gen}\ r)}$ bewiesen wurde ($\mathrm{Wid}(\kappa)$ ist eine arithmetische Interpretation des Satzes "κ ist widerspruchsfrei"). Fügt man diese Korrektur in den Beweis des Verf. ein, so erhält man anstatt des Widerspruchs das Ergebnis, daß der arithmetische Satz $\mathrm{Wid}(\kappa)$ im System "Meta I" nicht beweisbar ist, es sei denn "Meta I" wäre widerspruchsvoll; dies wurde ja schon von Gödel (a. a. O. Satz XI) festgestellt. Es sei noch darauf hingewiesen, daß "Meta I" eine Interpretation in der Arithmetik hat, so daß es keinen Widerspruch im System "Meta I" geben kann, falls die Arithmetik widerspruchsfrei ist. Dem Ref. sind auch die Schlußbemerkungen des Verf. unverständlich, in denen es heißt, es scheine unmöglich zu sein, eine nicht-arithmetisierte Metamathematik formal so aufzubauen, daß sie nicht intensional wäre und dabei die Gödelschen Schlußweisen zuließe: der Satz von Gödel läßt sich z. B. in der axiomatisierten Metamathematik von Tarski (2851*3* S. 100 und 2851*6* S. 289 f.) ohne weiteres beweisen, obgleich diese Systeme durchaus extensional sind. ANDRZEJ MOSTOWSKI

W. V. QUINE. *Completeness of the propositional calculus.* ***The journal of symbolic logic,*** Bd. 3 (1938), S. 37–40.

Es wird die Vollständigkeit eines (auf Tarski, Bernays und Wajsberg zurückgehenden) Systems des Aussagenkalküls bewiesen, worin der Wahrheitswert "falsch" ("F") und die Operation der Implikation ("$\supset$") als Grundbegriffe auftreten. Die Negation "$\sim p$" wird als "$(p \supset \mathrm{F})$", der Wahrheitswert "wahr" ("T") als "$(\mathrm{F} \supset \mathrm{F})$" ausgedrückt. Die Vollständigkeit wird zunächst in dem Sinne bewiesen, daß sämtliche (aus Variablen und "F" durch "$\supset$" aufgebauten) tautologischen, d. h. identisch wahren Formeln aus den Axiomen

$$((p \supset q) \supset ((q \supset r) \supset (p \supset r))),$$
$$(((p \supset q) \supset p) \supset p),$$
$$(p \supset (q \supset p)),$$
$$(\mathrm{F} \supset p)$$

https://doi.org/10.2307/2267603 Published online by Cambridge University Press

durch die üblichen Schlußregeln (Einsetzung, und *modus ponens*, d. h. Abtrennung) beweisbar sind; die Vollständigkeit im schärferen Post'schen Sinne wird daraus in einigen Zeilen gefolgert.

Die Methode des Vollständigkeitsbeweises ist eine Wertungsmethode, d. h. von den tautologischen Formeln wird unmittelbar die Eigenschaft ausgenützt, daß sie an jeder Stelle wahr sind. Eine solche Methode wurde zuerst von László Kalmár (3849) zu einem Vollständigkeitsbeweis angewandt. Der Grundgedanke des Kalmár'schen Beweises ist folgender: Es sei χ eine Formel mit den Variablen $p_1, p_2, \cdots, p_r$, die an der Stelle $W_1, W_2, \cdots, W_r$ wahr ist, ferner bedeute $\mathfrak{P}_i$ $(i = 1, 2, \cdots, r)$ p_i oder $\sim p_i$ je nachdem W_i T oder F ist. Nimmt man $\mathfrak{P}_1, \mathfrak{P}_2, \cdots, \mathfrak{P}_r$ als Prämissen zu den Axiomen hinzu, so wird gezeigt, daß χ beweisbar wird. Ist χ eine tautologische Formel, so kann $\mathfrak{P}_i$ beliebig p_i oder $\sim p_i$ gewählt werden, infolgedessen werden die Prämissen eliminiert.

Den hier auftretenden Hilfsbegriff "Beweisbarkeit aus Prämissen" hat bereits M. Wajsberg (II 93(2)) umgegangen, indem er beweist, daß eine Formel χ mit der Gesamtheit gewisser aus χ durch Einsetzungen entstehenden Formeln (von kleinerer Variablenzahl) deduktionsgleich ist.

Quine bildet diese—von Wajsberg auf den Teilbereich der reinen Implikationsformeln verwendete—Methode weiter aus, indem er die Verminderung der Variablenzahl durch Einsetzung der Wahrheitswerte selbst bewirkt. Entstehen ω bzw. ψ aus der Formel χ durch Einsetzung von T bzw. F für eine Variable, oder allgemeiner für eine Teilformel ϕ, so zeigt Quine, daß

$$F)\qquad \phi \supset (\chi \supset \omega) \text{ und } \phi \supset (\omega \supset \chi), \quad \sim\phi \supset (\chi \supset \psi) \text{ und } \sim\phi \supset (\psi \supset \chi)$$

und infolgedessen auch

$$G)\qquad \psi \supset (\omega \supset \chi)$$

beweisbar ist. Aus den Formeln *F*) folgt auch, daß durch Ersetzung von $\mathrm{T} \supset \mathrm{T}$, $\mathrm{T} \supset \mathrm{F}$, $\mathrm{F} \supset \mathrm{T}$, $\mathrm{F} \supset \mathrm{F}$ der Reihe nach durch T, F, T, T in einer Formel, eine deduktionsgleiche Formel entsteht. Daraus ergibt sich ohne weiteres die Beweisbarkeit der tautologischen Formeln ohne Variablen, folglich mit Hilfe von *G*) durch Induktion nach der Anzahl der Variablen die Beweisbarkeit aller tautologischen Formeln. RÓZSA PÉTER

HANS HERMES. ***Eine Axiomatisierung der allgemeinen Mechanik.*** Forschungen zur Logik und zur Grundlegung der exakten Wissenschaften, new series, vol. 3. S. Hirzel, Leipzig 1938, 48 pp.

This monograph gives a set of axioms for the foundation of special relativity, with electrical theory omitted. The two undefined physical terms are "*Gid*", a relation such that *a Gid b* if and only if *a* and *b* are on the same world line, and "*Bzs*", the class of all admissible (inertial) coordinate systems.

The axioms and definitions are expressed in the language of PM. The precision which this would make possible is lost because of the use of a number of mathematical ideas, some of which are explained only very vaguely. For instance, "*lo*" is described as the set of Lorentz transformations of four-dimensional vector space. With no further explanation than this, one would think that the members of "*lo*" would carry the entire four-space into itself. However, on this basis one could deduce from axiom A4.5 that there are no isolated bodies. This would contradict A8.1. The exact change in the meaning of "*lo*" necessary to avoid this contradiction is left to the reader.

The paper is further marred by the presence of a large number of minor errors. Some can be attributed to careless printing or proof reading, such as the following: in axiom A4.5, Σ_2 should be $\breve{\Sigma}_2$; on p. 10 the interpretation of $g(y)$ should be changed to read "$f(x) \rightarrow g(x)$", as otherwise axiom A4.3 would read $\Sigma \in Bzs \;\&\; \Sigma \in 1 \rightarrow 1$. Other errors are of a more essential character, such as the absence of any axiom from which one could deduce the existence of admissible coordinate systems.

The axiom set, when suitably corrected, is sufficient for special relativity, but not neces-

https://doi.org/10.2307/2267603 Published online by Cambridge University Press